



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN RATA-RATA
UMUR KAWIN PERTAMA (UKP) WANITA
DI PROPINSI JAWA TIMUR TAHUN 2012
DENGAN PENDEKATAN MODEL GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED ORDINAL LOGISTIC REGRESSION (GWOLR)**

**SYILFI
NRP. 1313 201 016**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.**

**PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**PEMODELAN RATA-RATA
UMUR KAWIN PERTAMA (UKP) WANITA
DI PROPINSI JAWA TIMUR TAHUN 2012
DENGAN PENDEKATAN MODEL GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED ORDINAL LOGISTIC REGRESSION (GWOLR)**

**SYILFI
NRP. 1313 201 016**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.**

**PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**MODELLING OF MEAN AGE AT WOMAN MARRIAGE
IN THE EAST JAVA IN 2012 WITH GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED ORDINAL LOGISTIC REGRESSION (GWOLR)
APPROACHED MODEL**

**SYILFI
NRP. 1313 201 016**

**SEPERVISOR
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.**

**PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**



TESIS - SS14 2501

**MODELLING OF MEAN AGE AT WOMAN MARRIAGE
IN THE EAST JAVA IN 2012 WITH GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED ORDINAL LOGISTIC REGRESSION (GWOLR)
APPROACHED MODEL**

**SYILFI
NRP. 1313 201 016**

**SEPERVISOR
Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.**

**PROGRAM OF MAGISTER
DEPARTEMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2015**

**PEMODELAN RATA-RATA UMUR KAWIN PERTAMA (UKP)
WANITA DI PROPINSI JAWA TIMUR TAHUN 2012 DENGAN
PENDEKATAN MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED ORDINAL
LOGISTIC REGRESSION (GWOLR)**

**Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)**

di

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

SYILFI

NRP. 1313 201 016

**Tanggal Ujian
Periode Wisuda**

**: 04 Juni 2015
: September 2015**

Disetujui Oleh:



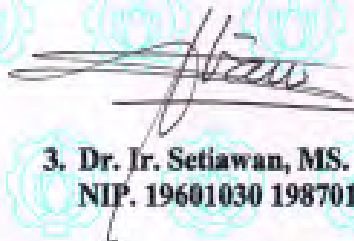
**1. Dr. Vita Ratnasari, S.Si., M.Si.
NIP. 19700910 199702 2 001**

(Pembimbing)



**2. Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.
NIP. 19650603 198903 1 003**

(Penguji)



**3. Dr. Ir. Setiawan, MS.
NIP. 19601030 198701 1 001**

(Penguji)

Direktur Program Pascasarjana



**Prof. Dr. Ir. Adi Soeprijanto, MT.
NIP. 19640405 199002 1 001**

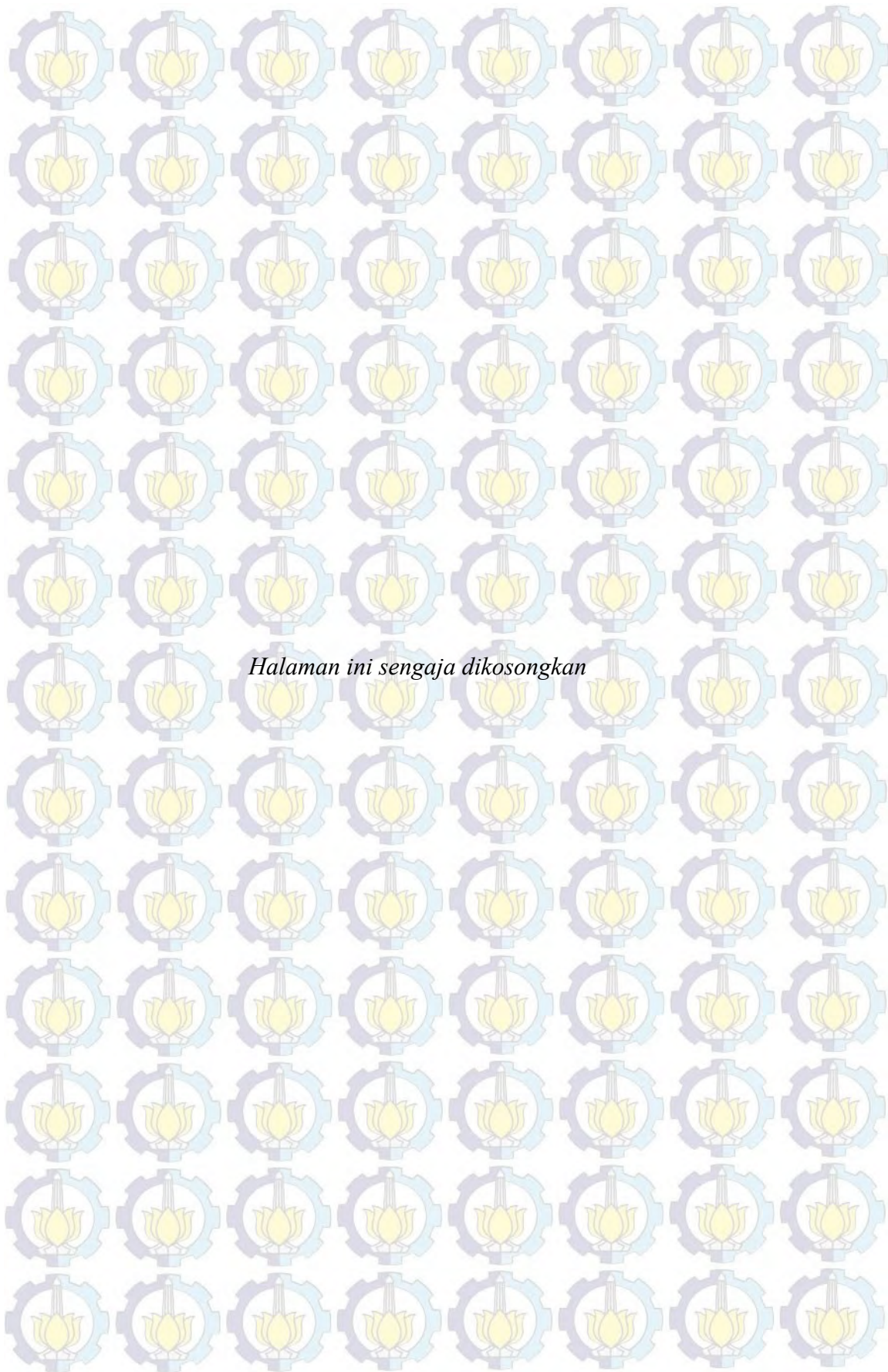
Pemodelan Rata-rata Umur Kawin Pertama (UKP) Wanita di Propinsi Jawa Timur Tahun 2012 dengan Pendekatan Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR)

Nama : Syilfi
NRP : 1313 201 016
Pembimbing : Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si.

ABSTRAK

Umur kawin pertama (UKP) adalah umur pada saat wanita menikah pertama kali atau pada saat mereka memulai kehidupan dengan pasangan yang pertama. Pada tahun 2012, persentase wanita di Jawa Timur yang berstatus kawin dengan umur saat perkawinan kurang dari 20 tahun adalah lebih dari 50%. UKP diklasifikasikan menjadi empat kategori yang berskala ordinal yaitu *child marriage*, *early marriage*, *marriage at maturity*, dan *late marriage*. Berdasarkan klasifikasi tersebut, untuk menganalisis UKP dapat digunakan regresi logistik ordinal. UKP di Jawa Timur dipengaruhi oleh faktor lokasi tempat tinggal, sehingga masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi geografis dimana data tersebut diamati. Oleh karena itu, digunakan model *Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression* (GWOLR). Estimasi parameter model GWOLR menggunakan metode maksimum *likelihood* terboboti. Pengujian kesamaan model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal didekati dengan distribusi *F*. Pengujian signifikansi parameter model GWOLR secara serentak didekati dengan distribusi χ^2 , sedangkan uji signifikansi parameter model GWOLR secara parsial menggunakan uji *Z*. Model GWOLR adalah model dengan 3 variabel prediktor karena memiliki nilai AIC terkecil. Variabel prediktor yang signifikan pada pengujian parameter secara serentak maupun parsial adalah persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan, rata-rata lama sekolah wanita dan persentase penduduk miskin. Pemetaan atau pengelempokkan kabupaten/kota berdasarkan pada kesamaan prediksi rata-rata UKP wanita. Persentase ketepatan klasifikasi rata-rata UKP wanita berdasarkan model GWOLR terbaik sebesar 84,211%.

Kata Kunci : Umur Kawin Pertama (UKP), Regresi Logistik Ordinal, GWOLR, kernel



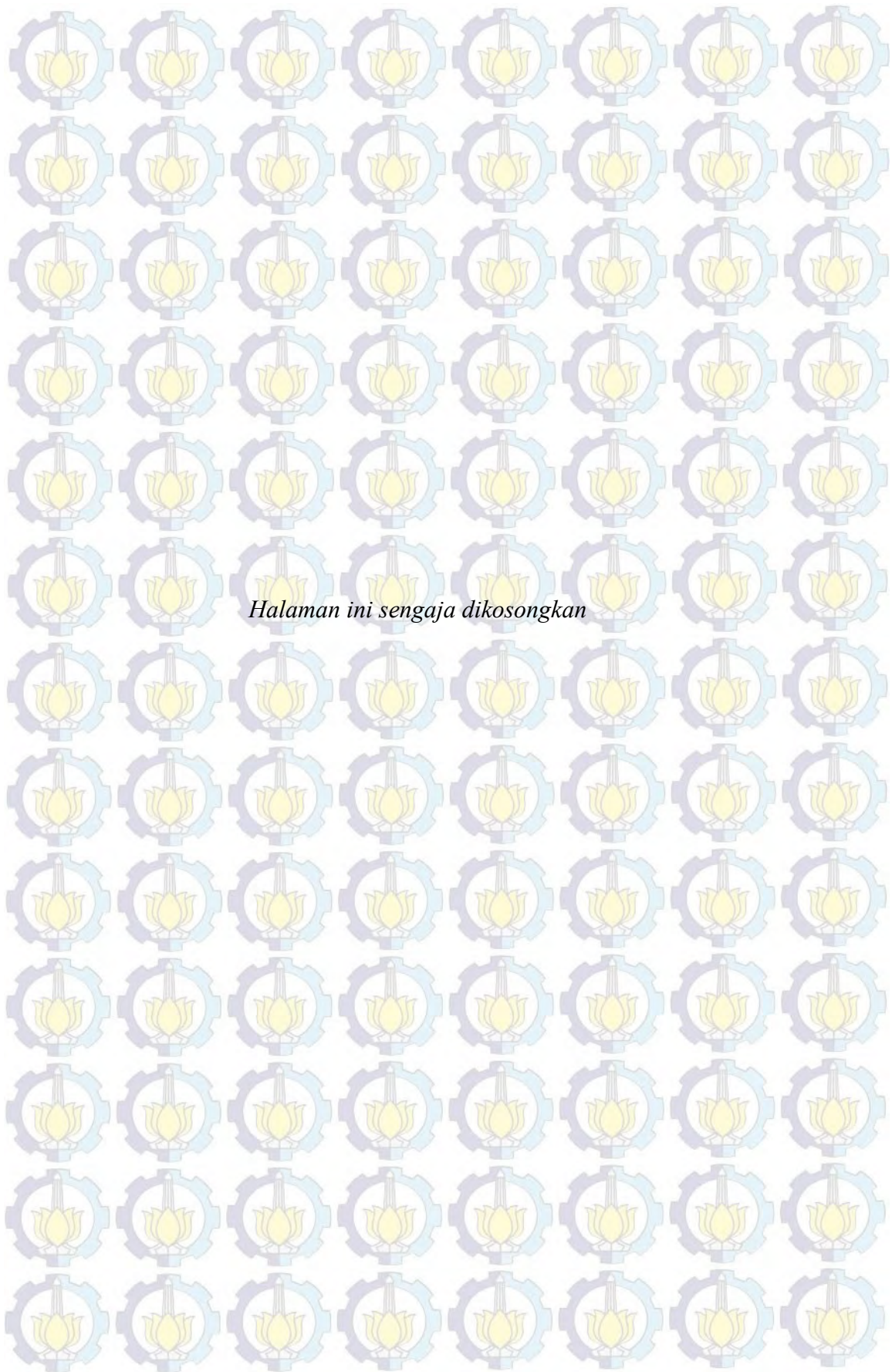
Modelling of Mean Age at Woman Marriage in The East Java in 2012 with Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR) Approached Model

Name : Syilfi
NRP : 1313 201 016
Supervisor : Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si.

ABSTRACT

The first age at marriage (FAM) is the age at the woman married first or when they start life with the couples first. In 2012, the percentage of women in East Java who is married with the first age at marriage less than 20 years old is more than 50 percent. FAM classified into four ordinal categories scale is child marriage, early marriage, marriage at of maturity, and late marriage. Based on the classification, to analyze FAM can be used the ordinal logistic regression. FAM in East Java influenced by a factor of residence, so that each of the coefficients regression depend on geographical location where the data was observed. Because of it, used a model geographically weighted ordinal logistic regression (GWOLR). An estimation of the parameters GWOLR models using weighted maximum likelihood. Testing a common GWOLR models with logistic regression ordinal approached with the F distribution. Testing the significance of the parameters of a GWOLR models simultaneously approached with the distribution, while the significance of the parameters GWOLR models in partial use the Z distribution. The best GWOLR models of 3 independent variables is a model with the smallest AIC. Significant independent variables simultaneously on testing and partial is the percentage of the woman who lives in rural areas, the mean years woman of school and percentage human poor. The mapping districts based on similarity predictions FAM. The percentage of the accuracy of the classification of the FAM on the best model GWOLR is 84,211 percent.

Key words : The first age at marriage (FAM), ordinal logistic regression, GWOLR, kernel



KATA PENGANTAR



Puji syukur Alhamdulillah senantiasa penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul ” **Pemodelan Rata-rata Umur Kawin Pertama (UKP) Propinsi Jawa Timur Tahun 2012 dengan Pendekatan Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR)**”. Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi pada Program Studi Statistika Program Pascasarjana Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Selesainya tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, untuk itu penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dr. Vita Ratnasari, S.Si, M.Si., selaku dosen pembimbing yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan dorongan, petunjuk, bimbingan dan arahan kepada penulis untuk dapat menyelesaikan tesis.
2. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc., selaku ketua program studi Magister Jurusan Statistika ITS Surabaya yang telah memberikan kemudahan dan fasilitas selama proses perkuliahan.
3. Bapak Dr. Muhammad Mashuri, MT., selaku ketua Jurusan Statistika FMIPA ITS yang telah memberikan kemudahan dan fasilitas selama proses perkuliahan.
4. Bapak dan Ibu dosen pengajar serta staf Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya, yang dengan tulus ikhlas telah memberikan bekal ilmu selama penulis mengikuti studi.
5. Keluarga tersayang, khususnya kedua orang tua dan saudara-saudaraku di Raha yang telah memberikan semangat dan doa serta perhatian yang tidak ternilai kepada penulis.
6. Rekan-rekan seperjuangan mahasiswa Magister Statistika angkatan 2013 atas segala bantuan, kekompakan dan kebersamaannya selama di ITS Surabaya.

7. Semua pihak yang telah banyak membantu penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Akhirnya penulis berharap semoga tesis ini dapat memberikan manfaat dan sumbangan untuk menambah wawasan keilmuan bagi pembaca. Penulis menyadari bahwa tulisan ini tentu masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan penulisan tesis ini.

Surabaya, Juni 2015

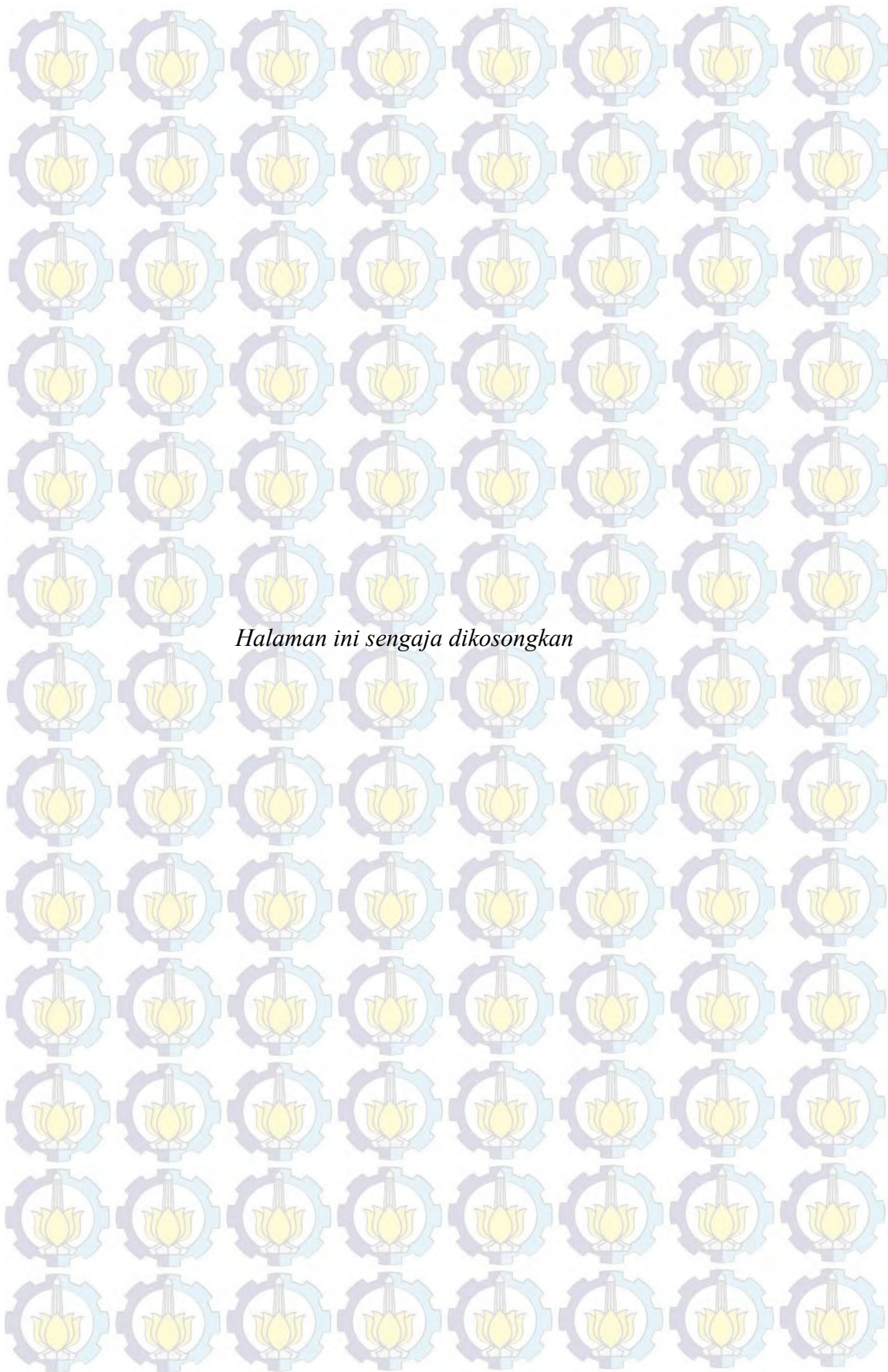
Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR LAMPIRAN	xxi
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian	3
1.4. Manfaat Penelitian	3
1.5. Batasan Masalah	4
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. Distribusi Multinomial	5
2.2. Fungsi Link	6
2.3. Model Regresi Logistik Ordinal	7
2.3.1. Estimasi Parameter Model Regresi Logistik Ordinal	10
2.3.2. Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Ordinal	14
2.4. Model <i>Geographically Weighted Regression</i> (GWR)	16
2.4.1. Estimasi Parameter Model GWR	17
2.5. Model <i>Geographically Weighted Ordinal Logistic</i>	

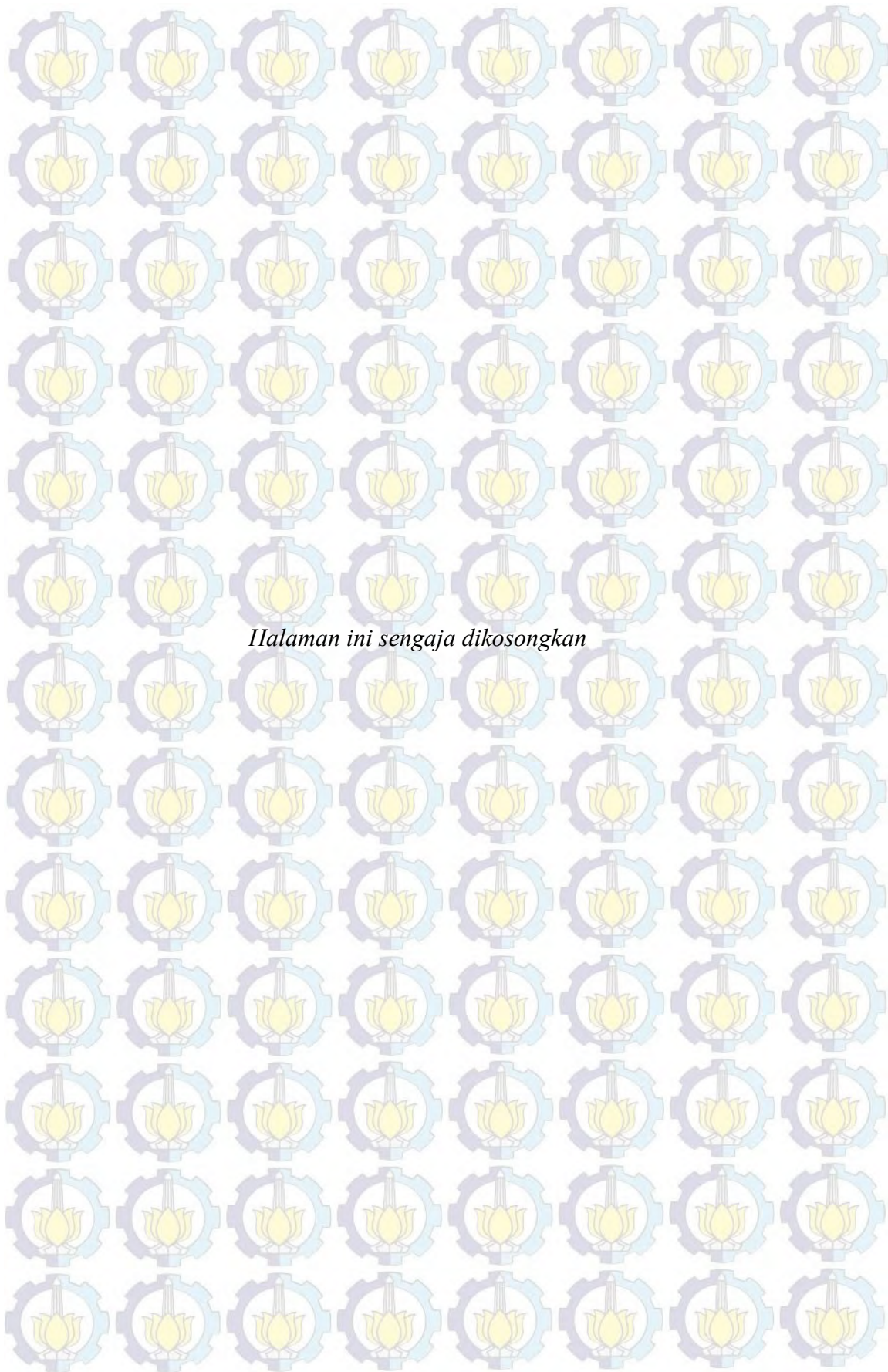
<i>Regression</i> (GWOLR)	19
2.5.1. Pemilihan Pembobot	20
2.5.2. Pemilihan Model Terbaik	21
2.5.3. Uji Kolinearitas	22
2.5.4. Interpretasi Model	22
2.6. Konsep Perkawinan dan Umur Kawin Pertama	23
2.7. Prosedur Perhitungan SMAM	25
2.8. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Umur Kawin Pertama	26
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN	
3.1. Sumber Data	29
3.2. Variabel Penelitian	29
3.3. Metode Penelitian	32
BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1 Model GWOLR	37
4.1.1 Estimasi Parameter Model GWOLR	39
4.1.2 Pengujian Hipotesis Model GWOLR	45
4.1.2.1 Pengujian Kesamaan Model GWOLR	45
4.1.2.2 Pengujian Serentak Parameter Model GWOLR	52
4.1.2.3 Pengujian Parsial Parameter Model GWOLR	56
4.2 Analisis Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur Tahun 2012 serta Faktor-faktor yang Mempengaruhinya	59
4.2.1 Pemodelan Regresi Logistik Ordinal	61
4.2.2 Pemodelan GWOLR	66
4.2.2.1 Pengujian Kesamaan Model Regresi Logistik Ordinal dan GWOLR	67
4.2.2.2 Pengujian Serentak Parameter Model GWOLR	68
4.2.2.3 Pengujian Parsial Parameter Model GWOLR	69
4.2.2.4 Perbandingan Model Regresi Logistik Ordinal dan GWOLR serta Pemilihan Model GWOLR Terbaik ...	70

4.3 Pemetaan Kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur Berdasarkan Model GWOLR Terbaik	74
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	77
5.2 Saran	78
DAFTAR PUSTAKA	79
LAMPIRAN	81



DAFTAR TABEL

Judul Tabel	Halaman
Tabel 3.1 Variabel Penelitian Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur	30
Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian	32
Tabel 4.1 Statistik Diskriptif Variabel Respon (Rata-rata UKP Wanita)	59
Tabel 4.2 Statistik Diskriptif Variabel Prediktor	60
Tabel 4.3 Nilai VIF Masing-masing Variabel Prediktor	61
Tabel 4.4 Hasil Regresi Logistik Ordinal Univariabel	62
Tabel 4.5 Uji Parsial Regresi Logistik Ordinal	63
Tabel 4.6 Ketepatan Klasifikasi Rata-Rata UKP Wanita Berdasarkan Model Regresi Logistik Ordinal	65
Tabel 4.7 Hasil CV Model GWOLR dengan Fungsi Pembobot Berbeda	66
Tabel 4.8 Ringkasan Statistik Parameter Model GWOLR	67
Tabel 4.9 Uji Kesamaan Model Regresi Logistik Ordinal dan GWOLR	68
Tabel 4.10 Pengujian Parameter Model GWOLR di Kabupaten Pacitan	69
Tabel 4.11 Perbandingan Model Regresi Logistik Ordinal dan Model GWOLR	70
Tabel 4.12 Ringkasan Perbandingan Model GWOLR Terbaik	70
Tabel 4.13 Variabel Prediktor yang Signifikan pada Uji Parsial	71
Tabel 4.14 Pemetaan Kabupaten/kota Berdasarkan Prediksi Kategori Rata-rata UKP Wanita	74
Tabel 4.15 Kabupaten/kota yang Memiliki Perbedaan antara Prediksi Kategori Rata-rata UKP Wanita dengan Observasi	75
Tabel 4.16 Ketepatan Klasifikasi Rata-Rata UKP Wanita Berdasarkan Model GWOLR Terbaik	76



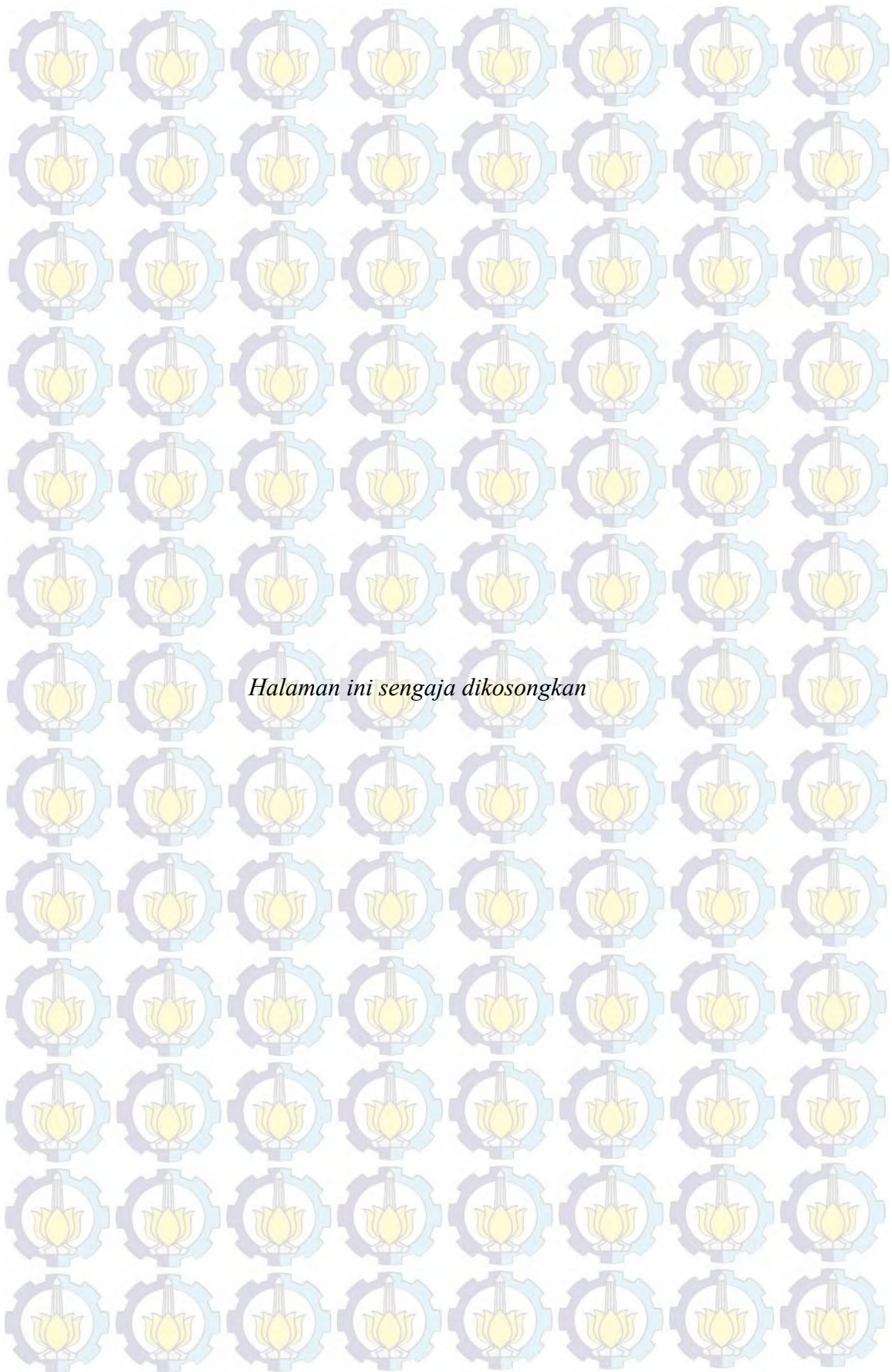
DAFTAR GAMBAR

Judul Gambar

Halaman

Tabel 4.1 Pemetaan Rata-rata UKP Wanita Tahun 2012 Berdasarkan
Model GWOLR Terbaik

75



BIODATA PENULIS



SYILFI, lahir pada 15 Januari 1990 di Raha, Sulawesi Tenggara sebagai anak keempat dari lima bersaudara. Jenjang pendidikan yang telah ditempuh penulis adalah Sekolah Dasar di SDN 5 Kontunaga pada tahun 1996-2002, SMP Negeri 1 Kosambi pada tahun 2002-2005, dan SMA Negeri 1 Kontunaga pada tahun 2005-2008. Pendidikan Tinggi dimulai pada tahun 2008 di Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Diponegoro Semarang, melalui jalur Penerimaan Seleksi Siswa Berpotensi (PSSB) dan lulus tahun 2012.

Pada tahun 2013, melanjutkan studi S2 melalui program Beasiswa Pendidikan Pascasarjana Dalam Negeri tahun 2013-2015 oleh Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (Ditjen Dikti) di Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Surabaya, Juni 2015

syilfi.salima@gmail.com

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Berdasarkan hasil pencacahan sensus penduduk 2010, jumlah penduduk Indonesia adalah 237.556.363 jiwa yang terdiri dari 119.507.580 laki-laki dan 118.048.783 perempuan. Distribusi penduduk Indonesia masih terkonsentrasi di pulau Jawa yaitu sebesar 58%. Jawa Barat, Jawa Timur dan Jawa Tengah adalah tiga Propinsi dengan jumlah penduduk terbanyak, yaitu masing-masing 43.021.826 jiwa, 37.476.011 jiwa, dan 32.380.687 jiwa. Hasil survei tersebut menandakan bahwa terjadi pertambahan jumlah penduduk 3 sampai 3,5 juta jiwa setiap tahun (BPS, 2010).

Pertambahan ataupun penurunan jumlah penduduk menurut Mantra (2000) dipengaruhi oleh tiga faktor, yaitu fertilitas (kelahiran), mortalitas (kematian), dan migrasi atau perpindahan penduduk. Faktor utama yang mempengaruhi laju pertumbuhan penduduk adalah tingkat kelahiran. Tingginya angka kelahiran erat kaitannya dengan umur pertama kali kawin (BAPPENAS, 2005). Hal ini dikarenakan panjangnya masa reproduksi berkaitan dengan umur pertama kali wanita melakukan perkawinan. Semakin muda umur wanita pada perkawinan pertama, maka kecenderungan untuk memiliki banyak anak akan semakin tinggi (PKPP, 2012).

Umur kawin pertama (UKP) adalah umur pada saat wanita menikah pertama kali atau pada saat mereka memulai kehidupan dengan pasangan yang pertama (BKKBN, 2013). Persentase wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 yang berstatus kawin dengan umur saat perkawinan pertama kurang dari 20 tahun adalah lebih dari 50% (Sriudiyani dan Soebijanto, 2011).

Konsep mengenai umur kawin pertama muncul ketika Bogue (1969) memperkenalkan pengelompokan umur kawin pertama menjadi empat klasifikasi yaitu umur perkawinan anak-anak (*child marriage*), umur perkawinan muda (*early marriage*), umur perkawinan pada saat dewasa (*marriage at maturity*), dan umur perkawinan tua (*late marriage*). Klasifikasi tersebut

membantu peneliti untuk memodelkan umur kawin pertama, salah satunya dengan menggunakan analisis regresi logistik ordinal. Analisis regresi logistik ordinal digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon yang bersifat kategorik dan berskala ordinal dengan satu atau lebih variabel prediktor.

Penelitian mengenai UKP wanita telah dilakukan oleh Lehrer dan Chen (2013) yang menganalisis mengenai umur perkawinan pertama wanita di Amerika Serikat menggunakan *cox proportional hazard regressions*, diperoleh kesimpulan bahwa variabel yang berpengaruh terhadap UKP wanita adalah karakteristik keluarga (*broken home* atau utuh), lama pendidikan wanita, dan lokasi tempat tinggal. Di Indonesia, khususnya di Jawa Timur, penelitian mengenai UKP wanita juga telah dilakukan oleh Imawati (2012) yang memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi wanita menikah muda di Propinsi Jawa Timur (Studi Kasus di Kabupaten Probolinggo, Bondowoso, Situbondo dan Sumenep) dengan menggunakan regresi logistik biner, diperoleh kesimpulan bahwa variabel yang berpengaruh terhadap kejadian menikah muda adalah umur kepala rumah tangga, tingkat pendidikan, lokasi tempat tinggal dan letak geografis. Penelitian sejenis juga pernah dilakukan oleh Ananto (2014) yang meneliti rata-rata usia kawin pertama wanita dengan pendekatan regresi logistik ordinal di Propinsi Jawa Timur dan diperoleh kesimpulan bahwa faktor-faktor yang berpengaruh terhadap pernikahan dini adalah persentase penduduk yang tinggal di perkotaan dan persentase wanita di Jawa Timur usia 10 tahun ke atas dirinci menurut tingkat pendidikan minimal pendidikan menengah yang ditamatkan.

Metode analisis regresi logistik ordinal merupakan salah satu jenis analisis regresi global, dimana parameter dalam model digunakan secara global untuk semua lokasi. Sementara itu, menurut Kepala BKKBN Jawa Timur, banyaknya fenomena perkawinan usia dini di Jawa Timur dipengaruhi oleh faktor budaya dan faktor lokasi tempat tinggal. Perkawinan dini di Propinsi Jawa Timur kebanyakan terjadi di daerah "Tapal Kuda" dan Pulau Madura (Bidan, 2012). Oleh karena itu, dibutuhkan suatu metode analisis regresi logistik yang mampu mengatasi efek ketergantungan koefisien regresi terhadap lokasi geografis dimana data tersebut diamati.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji pemodelan dan pemetaan rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 dengan menggunakan metode *Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression* (GWOLR).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, permasalahan yang akan dibahas pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana bentuk estimasi parameter dan statistik uji pada model GWOLR?
2. Apa faktor-faktor yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 berdasarkan model GWOLR?
3. Bagaimana pemetaan atau pengelompokan kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 terhadap rata-rata umur kawin pertama berdasarkan model GWOLR?

1.3 Tujuan Penelitian

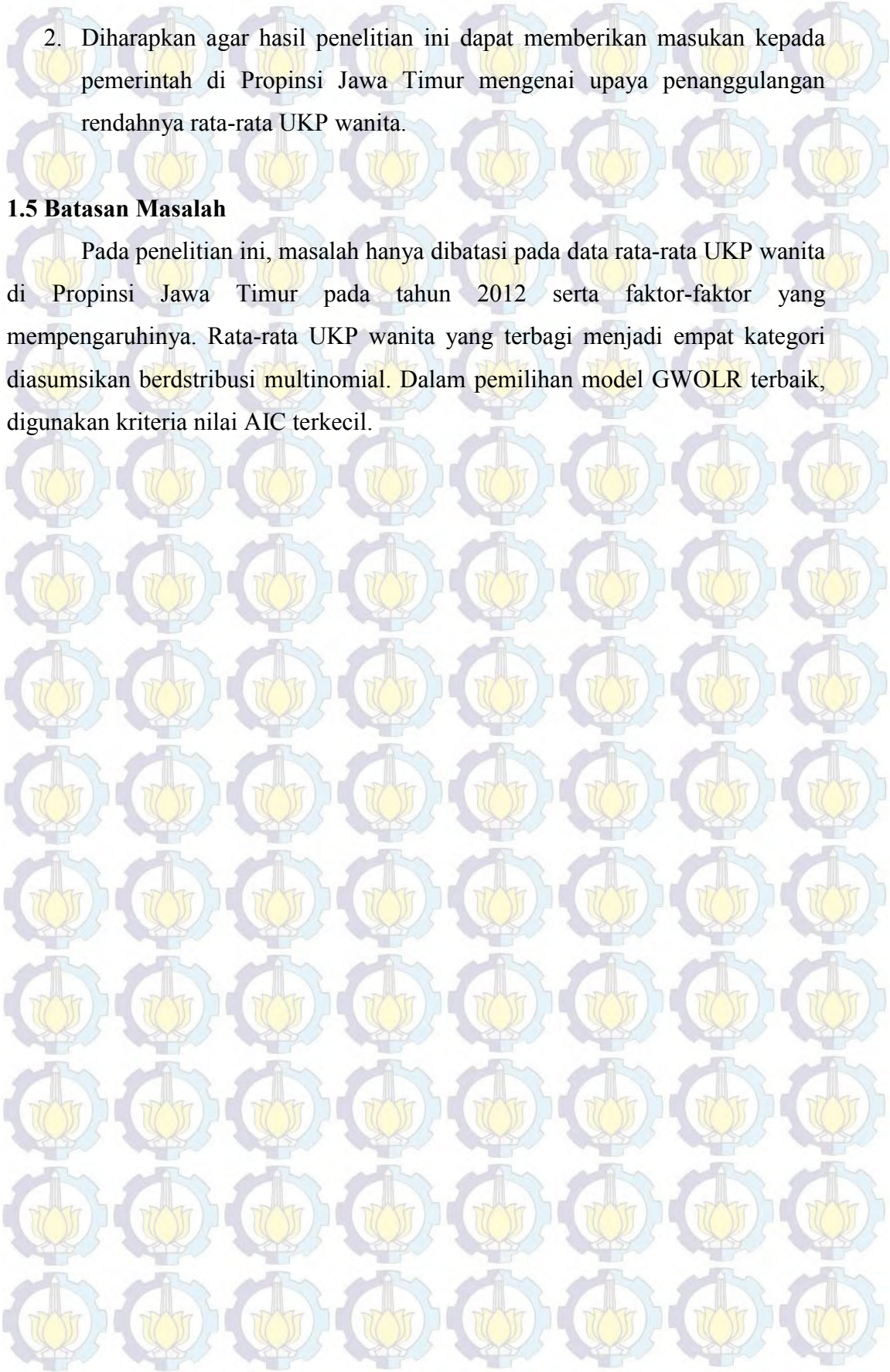
Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan estimasi parameter dan statistik uji pada model GWOLR.
2. Menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 berdasarkan model GWOLR.
3. Melakukan pemetaan atau pengelompokan kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 terhadap rata-rata UKP wanita berdasarkan model GWOLR.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dapat mengembangkan wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi parameter dan statistik uji pada model GWOLR dengan variabel respon Y memiliki empat kategori.

- 
2. Diharapkan agar hasil penelitian ini dapat memberikan masukan kepada pemerintah di Propinsi Jawa Timur mengenai upaya penanggulangan rendahnya rata-rata UKP wanita.

1.5 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, masalah hanya dibatasi pada data rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 serta faktor-faktor yang mempengaruhinya. Rata-rata UKP wanita yang terbagi menjadi empat kategori diasumsikan berdistribusi multinomial. Dalam pemilihan model GWOLR terbaik, digunakan kriteria nilai AIC terkecil.

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bagian ini akan diuraikan beberapa teori yang mendukung penyelesaian masalah dalam penelitian ini. Beberapa hal yang akan dijelaskan pada bab ini yaitu distribusi multinomial, keluarga eksponensial, fungsi *link*, model regresi logistik ordinal beserta estimasi dan pengujian parameternya, model GWR, model GWOLR, serta dijelaskan pula mengenai kajian non-statistik yang terkait dengan permasalahan rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

2.1 Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial merupakan distribusi statistik yang termasuk dalam kelompok distribusi variabel random diskrit dan dikembangkan dari distribusi binomial. Distribusi multinomial sering digunakan dalam analisis data dengan variabel respon polikotomus.

Misal variabel random Y mempunyai G buah kategori, maka $y_{rg} = 1$ jika percobaan ke- r mempunyai hasil kategori ke- g dan $y_{rg} = 0$ untuk yang lainnya, dengan $g = 1, 2, \dots, G$ dan $r = 1, 2, \dots, m$. Vektor variabel random $[Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_G]^T$ menyatakan percobaan multinomial dengan $\sum_{g=1}^G y_{rg} = 1$. Misal $y_g = \sum_{r=1}^m y_{rg}$ menyatakan jumlah percobaan pada kategori ke- g , maka vektor variabel random $[Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_G]^T$ akan mempunyai distribusi multinomial.

Selanjutnya, $\pi_g = P(y_{rg} = 1)$ menyatakan probabilitas hasil kategori ke- g untuk masing-masing percobaan. Distribusi probabilitas multinomial adalah (Agresti, 2002) :

$$P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \dots, Y_{G-1} = y_{G-1}; m, \pi) = \binom{m}{y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{G-1}} \prod_{g=1}^{G-1} \pi_g^{y_g} \quad (2.1)$$

dimana $\square = \pi_1^{y_1} \pi_2^{y_2} \dots \pi_{G-1}^{y_{G-1}} (1 - \pi_1 - \pi_2 - \dots - \pi_{G-1})^{m - y_1 - y_2 - \dots - y_{G-1}}$

$y_g = 0, 1, 2, \dots, m$ dengan $\sum_{g=1}^G y_g = m$ dan $y_g = m - y_1 - y_2 - \dots - y_{G-1}$

$\pi = [\pi_1 \quad \pi_2 \quad \dots \quad \pi_{G-1}]$ dan $\pi_G = 1 - \pi_1 - \pi_2 - \dots - \pi_{G-1}$

Berdasarkan persamaan (2.1), mean, varian dan kovarian distribusi multinomial adalah sebagai berikut :

$$E(Y_g) = m\pi_g$$

$$\text{var}(Y_g) = m\pi_g(1 - \pi_g)$$

$$\text{cov}(Y_g, Y_{g^*}) = -m\pi_g\pi_{g^*} \text{ untuk } g \neq g^*$$

2.2 Fungsi Link

Fungsi *link* (*link function*) menghubungkan prediktor linear η ke nilai harapan μ dari variabel respon Y , $\mu = E(Y|X)$. Dalam model linear klasik, *mean* dan prediktor linear adalah identik, sehingga *link* identitas $\eta = \mu$ memungkinkan untuk η dan μ mempunyai sembarang nilai pada bilangan real $(-\infty, \infty)$. Namun ketika berhadapan dengan data jumlah (*count*) dan distribusinya adalah poisson, dimana $\mu > 0$, maka kurang tepat apabila digunakan fungsi link identitas karena nilai η mungkin negatif sementara μ tidak boleh negatif. Fungsi link untuk distribusi poisson adalah *ln*, yaitu $\eta = \ln(\mu)$. Sehingga diperoleh $\mu = \exp(\eta)$, dimana μ akan selalu bernilai positif.

Untuk distribusi binomial, dimana $0 < \mu < 1$, maka fungsi *link* harus memenuhi kondisi pemetaan pada interval (0,1) untuk sembarang bilangan real. Fungsi link yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi *logit* yang

dirumuskan $\eta = \ln\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$ (McCullagh dan Nelder, 1989).

2.3 Model Regresi Logistik Ordinal

Model regresi logistik termasuk dalam model linear umum (*Generalized Linear Models*). Model regresi logistik juga dapat disebut sebagai model logit. Model logit digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon yang bersifat kategori dan variabel prediktor yang bersifat kategori maupun kontinu. Apabila variabel respon terdiri dari dua kategori maka dinamakan model regresi logistik *dikotomus* atau biner, namun apabila variabel respon terbagi menjadi lebih dari dua kategori, maka dinamakan model regresi logistik *polikotomus* dan apabila terdapat tingkatan dalam kategori tersebut (skala ordinal) maka dinamakan model regresi logistik ordinal (Agresti, 2002).

Model yang dapat digunakan untuk regresi logistik ordinal adalah model logit kumulatif (*Cumulative Logit Models*). Misal variabel respon Y memiliki G buah kategori berskala ordinal dan \mathbf{x}_i menyatakan vektor variabel prediktor pada pengamatan ke- i , $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ip}]^T$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$, maka model logit kumulatif dapat dinyatakan sebagai (Agresti, 2002):

$$\text{logit} [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}, \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (2.2)$$

dimana $P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)$ adalah peluang kumulatif kurang dari atau sama dengan kategori ke- g terhadap \mathbf{x}_i , (α_g) merupakan parameter intersep dan memenuhi kondisi $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_{G-1}$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]^T$ merupakan vektor koefisien regresi yang bersesuaian dengan x_1, x_2, \dots, x_p . Model logit kumulatif didefinisikan sebagai (Agresti, 2002) :

$$\text{logit} [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right], \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (2.3)$$

Berdasarkan persamaan (2.2) dan (2.3) maka model regresi logistik ordinal dapat dinyatakan sebagai :

$$\text{logit} \left[P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

sehingga diperoleh :

$$\left[P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}, \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (2.4)$$

Jika $\pi_g(\mathbf{x}_i) = P(Y_i = g | \mathbf{x}_i)$ menyatakan peluang variabel respon pada pengamatan ke- i mempunyai kategori ke- g terhadap \mathbf{x}_i , maka :

$$\begin{aligned} P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) &= P(Y_i = 1 | \mathbf{x}_i) + P(Y_i = 2 | \mathbf{x}_i) + \dots + P(Y_i = g | \mathbf{x}_i) \\ &= \pi_1(\mathbf{x}_i) + \pi_2(\mathbf{x}_i) + \dots + \pi_g(\mathbf{x}_i) \end{aligned}$$

Peluang untuk masing-masing kategori respon dapat dinyatakan sebagai:

$$\pi_g(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq g-1 | \mathbf{x}_i) \quad (2.5)$$

Berdasarkan persamaan (2.4) dan (2.5) maka diperoleh :

$$\pi_g(\mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}, \quad g = 1, 2, \dots, G-1$$

$$\text{dengan } \frac{e^{\alpha_0 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_0 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} = 0 \text{ dan } \frac{e^{\alpha_G + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_G + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} = 1.$$

Jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori ($G = 4$), maka model regresi logistik ordinal yang terbentuk adalah (Agresti, 2002):

$$\text{logit} [P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

$$\text{logit} [P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

$$\text{logit} [P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

dengan :

$$P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

$$P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

$$P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

Peluang untuk masing-masing kategori respon dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Peluang kategori pertama

$$\pi_1(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

2. Peluang kategori kedua

$$\pi_2(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

3. Peluang kategori ketiga

$$\pi_3(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

4. Peluang kategori keempat

$$\pi_4(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 4 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = 1 - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = 1 - \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}$$

Nilai peluang untuk masing-masing kategori respon digunakan sebagai pedoman untuk pengklasifikasian. Suatu pengamatan akan masuk dalam respon kategori ke- g berdasarkan nilai peluang yang terbesar.

2.3.1 Estimasi Parameter Model Regresi Logistik Ordinal

Metode yang digunakan untuk memperoleh estimasi parameter model regresi logistik ordinal adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Langkah awal dari metode ini adalah dengan membentuk fungsi *likelihood*. Misal diambil n vektor variabel random $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_n$, dengan $\mathbf{Y}_i = [y_{i1} \ y_{i2} \ \dots \ y_{i,G-1}]^T$ berdistribusi multinomial dengan peluang hasil kategori ke- g adalah $\pi_g(\mathbf{x}_i)$, maka bentuk fungsi *likelihood*nya adalah (Agresti, 2002):

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G (\pi_g(\mathbf{x}_i))^{y_{ig}}$$

$$= \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right]^{y_{ig}}$$

Prinsip dari metode MLE adalah mengestimasi vektor parameter $\boldsymbol{\theta} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_{G-1} \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]^T$ dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood*. Untuk mempermudah perhitungan, maka dilakukan transformasi \ln pada fungsi *likelihood* sehingga terbentuk fungsi *ln-likelihood* sebagai berikut:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \ln(L(\boldsymbol{\theta}))$$

$$= \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right]$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi dan disamakan dengan nol.

Jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori ($G = 4$), maka fungsi *ln-likelihood* menjadi :

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} \ln \left[\frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right] + y_{i2} \ln \left[\frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right] + \right. \\ \left. y_{i3} \ln \left[\frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right] + y_{i4} \ln \left[1 - \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) dapat disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} (\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - (y_{i1} + y_{i2}) \ln (1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) - (y_{i2} + y_{i3}) \ln (1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + \right. \\ \left. - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \ln (1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + y_{i2} \ln (e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + y_{i3} \ln (e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Persamaan (2.7) kemudian diturunkan terhadap masing-masing parameternya dan disamakan dengan nol :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\} \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i2} \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\} \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3} &= \sum_{i=1}^n \left\{ - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i3} \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ y_{i1} + y_{i2} + y_{i3} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + \right. \\ \left. - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

Hasil turunan parsial pertama yang diperoleh merupakan fungsi nonlinear terhadap parameter yang akan diestimasi sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang digunakan adalah metode iterasi Newton-Raphson. Oleh karena itu diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi. Hasil turunan parsial kedua yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3} \right] = \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left[\sum_{i=1}^n \left\{ -(1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i3} \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\} \right] = 0 \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2 \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} + \right. \\ &\quad \left. - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\}\end{aligned}$$

Persamaan yang digunakan dalam proses iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ adalah (Agresti, 2002) :

$$\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(t)} - [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(t)})]^{-1} \mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(t)})$$

dengan $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ merupakan matriks *nonsingular* dengan elemen-elemen matriksnya adalah turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi. $\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta})$ adalah vektor dengan elemen turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi dan t adalah banyaknya iterasi ($t = 0, 1, 2, \dots$). Elemen dari $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ dan $\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta})$ adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} \quad \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} \quad \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3} \quad \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]^T$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \alpha_2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \alpha_3} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \alpha_3} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} & \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3 \partial \boldsymbol{\beta}} & & \\ \text{simetris} & & & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} \end{bmatrix}$$

Proses iterasi Newton-Raphson akan berhenti jika terpenuhi kondisi konvergen, yaitu selisih $\|\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(t)}\| \leq \varepsilon$, dimana ε adalah bilangan positif yang sangat kecil.

Hasil estimasi yang diperoleh adalah $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)}$ pada saat iterasi terakhir.

Turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* merupakan elemen dari matrik Hessian. Nilai ekspektasi dari matrik Hessian merupakan matrik Informasi, $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})$, dimana $\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta}) = -\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$. Matriks Informasi yang diinversekan merupakan penduga dari matrik varian kovarian dan dinyatakan sebagai (Agresti, 2002) :

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}})]^{-1} = -[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}})]^{-1}$$

2.3.2 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Ordinal

Pengujian parameter model regresi logistik ordinal dapat dilakukan secara serentak maupun parsial. Uji serentak dilakukan untuk memeriksa signifikansi koefisien $\boldsymbol{\beta}$ secara keseluruhan atau serentak. Statistik uji yang digunakan adalah uji rasio *likelihood* atau *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

Uji rasio *likelihood* diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan dua buah fungsi *likelihood* yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi-fungsi *likelihood* tersebut adalah $L(\Omega)$ yaitu nilai maksimum *likelihood* di bawah populasi dan $L(\hat{\omega})$ yaitu nilai maksimum *likelihood* di bawah H_0 . *Likelihood ratio* dinotasikan dengan :

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \quad (2.8)$$

Likelihood ratio pada persamaan (2.8) dapat juga ditulis dalam bentuk :

$$G^2 = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = -2 \left(\ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}) \right) \quad (2.9)$$

Hipotesis yang digunakan dalam uji serentak adalah :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k \neq 0, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$\text{Statistik uji : } G^2 = -2 \left(\ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}) \right)$$

Daerah penolakan H_0 ditolak jika G^2 lebih besar dari $\chi^2_{(\alpha, p)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

Pengujian parameter model regresi logistik ordinal secara parsial atau individu dilakukan untuk menentukan apakah suatu variabel prediktor signifikan atau layak untuk masuk ke dalam model atau tidak. Statistik uji yang digunakan adalah uji Wald (Hosmer dan Lemeshow, 2000). Hipotesis yang digunakan dalam uji parsial adalah :

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

dengan statistik uji :

$$W_k = \frac{\hat{\beta}_k}{se(\hat{\beta}_k)} \quad (2.10)$$

$\hat{\beta}_k$ merupakan estimasi parameter β_k dan standar error $\hat{\beta}_k$ diperoleh dari:

$$se(\hat{\beta}_k) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_k)}$$

dimana $\text{var}(\hat{\beta}_k)$ merupakan elemen ke- $(k+G-1)$ diagonal matriks

$\text{var}(\hat{\theta})$ yang berukuran $(p+G-1) \times (p+G-1)$ dan G adalah jumlah kategori variabel respon. Daerah penolakan yang digunakan yaitu H_0 ditolak jika $|W_k|$ lebih besar dari $Z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.4 Model Geographically Weighted Regression (GWR)

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) adalah pengembangan dari model regresi dimana setiap parameter dihitung pada setiap lokasi pengamatan, sehingga setiap lokasi pengamatan mempunyai nilai parameter regresi yang berbeda-beda. Model GWR merupakan pengembangan dari model regresi global dimana ide dasarnya diambil dari regresi non parametrik (Mei et al., 2006). Variabel respon Y dalam model GWR diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut (Fotheringham et al., 2002) :

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i \quad (2.11)$$

dengan :

y_i : Nilai observasi variabel respon untuk lokasi ke- i

(u_i, v_i) : Menyatakan koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) dari lokasi pengamatan ke- i

$\beta_k(u_i, v_i)$: Koefisien regresi variabel prediktor ke- k pada lokasi pengamatan ke- i

x_{ik} : Nilai observasi variabel prediktor ke- k pada lokasi pengamatan ke- i

ε_i : Error pengamatan ke- i yang diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstan σ^2

2.4.1 Estimasi Parameter Model GWR

Estimasi parameter model GWR dilakukan dengan metode *Weighted Least Squares* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi dimana data diamati. Pemberian bobot ini sesuai dengan Hukum I Tobler:

“Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things (“Segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh”)

(Miller, 2004). Sehingga pada model GWR diasumsikan bahwa daerah yang dekat dengan lokasi pengamatan ke- i mempunyai pengaruh yang besar terhadap estimasi parameternya dari pada daerah yang lebih jauh. Misal pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) adalah $w_j(u_i, v_i), j = 1, 2, \dots, n$ maka parameter pada lokasi

pengamatan (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot $w_j(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.11) , kemudian meminimumkan jumlah kuadrat eror berikut ini :

$$\sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i) \left[y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) x_{jk} \right]^2$$

Jika ditulis dalam bentuk matriks, jumlah kuadrat erornya adalah:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \boldsymbol{\varepsilon} = & \mathbf{y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \\ & + \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \end{aligned} \quad (2.12)$$

dengan:

$$\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{pmatrix} \text{ dan } \mathbf{W}(u_i, v_i) = \text{diag}(w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)).$$

Jika persamaan (2.12) diturunkan terhadap $\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)$ dan hasilnya disamakan dengan nol maka diperoleh estimator parameter model GWR:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \quad (2.13)$$

Misal $\mathbf{x}_i^T = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ adalah elemen baris ke- i dari matriks \mathbf{X} . Maka nilai prediksi untuk y pada lokasi pengamatan (u_i, v_i) dapat diperoleh dengan cara berikut:

$$\hat{y}_i = \mathbf{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y}$$

Sehingga untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{y}} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)^T = \mathbf{L} \mathbf{y} \text{ dan}$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \dots, \hat{\varepsilon}_n)^T = (\mathbf{I} - \mathbf{L}) \mathbf{y}$$

dengan \mathbf{I} adalah matriks identitas berukuran $n \times n$ dan

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{pmatrix}$$

Estimator $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ pada persamaan (2.13) merupakan estimator tak bias dan konsisten untuk $\beta(u_i, v_i)$.

2.5 Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR)

Model GWOLR merupakan bentuk kombinasi dari model GWR dan model regresi logistik ordinal. Model GWOLR digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon berskala ordinal dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Misal variabel respon terdiri dari G buah kategori berskala ordinal, maka model GWOLR dapat ditulis sebagai berikut :

$$\ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \beta(u_i, v_i), \quad g = 1, 2, \dots, G-1$$

dengan \mathbf{x}_i menyatakan vektor variabel prediktor lokasi ke- i , $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ip}]^T$, $P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)$ menyatakan peluang kumulatif kategori respon ke- g terhadap \mathbf{x}_i , $\beta(u_i, v_i)$ merupakan vektor koefisien regresi untuk lokasi ke- i , $\alpha_g(u_i, v_i)$ merupakan parameter intersep dan memenuhi kondisi $\alpha_1(u_i, v_i) \leq \alpha_2(u_i, v_i) \leq \dots \leq \alpha_{G-1}(u_i, v_i)$, dan (u_i, v_i) dalah titik koordinat (*longitude, latitude*) lokasi ke- i .

Parameter model GWOLR dapat diestimasi menggunakan metode maksimum *likelihood* terboboti (MLE terboboti), yaitu dengan memberikan pembobot geografis yang berbeda untuk setiap lokasi pada fungsi *ln-likelihood*. Estimasi parameter pada lokasi ke- i diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disamakan dengan nol (Atkinson *et al.*, 2003).

2.5.1 Pemilihan Pembobot

Peran pembobot pada model GWOLR sangat penting karena nilai pembobot mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Skema pembobotan pada GWR dapat menggunakan beberapa metode yang berbeda. Ada beberapa literatur yang bisa digunakan untuk menentukan besarnya pembobot untuk masing-masing lokasi yang berbeda pada model GWOLR, diantaranya dengan menggunakan fungsi kernel (*kernel function*) (Fotheringham et al., 2002).

Fungsi kernel digunakan untuk mengestimasi parameter dalam model GWOLR jika fungsi jarak (w_j) adalah fungsi yang kontinu dan monoton turun. Pembobot yang terbentuk dengan menggunakan fungsi kernel ini adalah fungsi jarak *Gaussian* (*Gaussian Distance Function*), fungsi *Exponential*, fungsi *Bisquare*, dan fungsi kernel *Tricube*. Masing-masing fungsi pembobot dapat ditulis sebagai berikut (Chasco et al., 2007) :

1. *Gaussian*

$$w_j(u_i, v_i) = \phi(d_{ij}/\sigma h)$$

Dimana ϕ adalah densitas normal standar dan σ menunjukkan simpangan baku dari vektor jarak d_{ij} .

2. *Exponential*

$$w_j(u_i, v_i) = \sqrt{\exp(-(d_{ij}/h)^2)}$$

3. *Bisquare*

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - (d_{ij}/h)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases}$$

4. *Tricube* :

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - (d_{ij}/h)^3\right)^3, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases}$$

dengan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$ adalah jarak *eucliden* antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) dan h adalah parameter non negatif yang diketahui dan biasanya disebut parameter penghalus (*bandwidth*).

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih *bandwidth* optimum, salah satu diantaranya adalah metode *Cross Validation* (CV) yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut (Chascoet al., 2007):

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G (y_{\neq i, g} - \hat{\pi}_{\neq i, g}(h))^2 \quad (2.14)$$

dengan $y_{\neq i, g}$ adalah variabel indikator dimana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses estimasi, sehingga $y_{\neq i, g} = 1$ jika pengamatan di lokasi (u_i, v_i) mempunyai kategori g dan 0 untuk yang lain. $\hat{\pi}_{\neq i, g}(h)$ adalah nilai estimasi peluang pengamatan di lokasi (u_i, v_i) mempunyai kategori g . Untuk mendapatkan nilai h yang optimal maka diperoleh dari h yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

2.5.2 Pemilihan Model Terbaik

Ada beberapa metode yang dapat digunakan sebagai acuan dalam pemilihan model terbaik, salah satunya adalah *Akaike Information Criterion* (AIC) yang didefinisikan sebagai berikut :

$$AIC = D(h) + 2k \quad (2.15)$$

dengan $D(h)$ adalah nilai devians model dengan *bandwidth* h dan k adalah jumlah parameter dalam model. Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil (Nekayaet al., 2005).

2.5.3 Uji Kolinieritas

Salah satu syarat yang harus dipenuhi dalam regresi dengan beberapa variabel prediktor adalah tidak adanya korelasi antara satu variabel prediktor dengan variabel prediktor yang lain (kolinearitas). Adanya kolinearitas dalam model regresi menyebabkan taksiran parameter regresi yang dihasilkan memiliki error yang sangat besar. Pendeteksian adanya kasus kolinieritas menurut (Hocking, 1996) dapat menggunakan *Variance Inflation Factors* (VIF) yang dinyatakan sebagai berikut :

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2}$$

dengan R_k^2 adalah koefisien determinasi antara X_k dengan variabel prediktor lainnya. Nilai VIF_k yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya kolinieritas antar variabel prediktor.

2.5.4 Interpretasi Model

Setelah didapatkan model terbaik, selanjutnya dilakukan interpretasi terhadap koefisien model yang telah diperoleh. Interpretasi model logit sangat tergantung dari jenis variabel prediktornya. Interpretasi dari model akan diuraikan sebagai berikut (Hosmer dan Lemeshow, 2000) :

1. Variabel prediktor kategorik

Jika variabel prediktor bersifat kategorik maka untuk menginterpretasikan model digunakan odds rasio. Misal variabel prediktor memiliki 2 buah kategori yang dinotasikan sebagai $x=1$ dan $x=2$ dimana kategori 2 dibandingkan dengan kategori 1, maka odds rasio yang diperoleh:

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{\left[\frac{P(Y \leq g | x=2)}{P(Y > g | x=2)} \right]}{\left[\frac{P(Y \leq g | x=1)}{P(Y > g | x=1)} \right]} = \frac{\exp(\alpha_g + \beta_1(2))}{\exp(\alpha_g + \beta_1(1))} \\ &= \exp\left[(\alpha_g + 2\beta_1) - (\alpha_g + \beta_1)\right] \\ &= \exp(\beta_1)\end{aligned}\quad (2.16)$$

Sehingga

$$\ln(\psi) = \ln(\exp(\beta_1)) = \beta_1$$

Persamaan (2.16) dapat diinterpretasikan bahwa peluang suatu respon memiliki kategori lebih kecil atau sama dengan kategori ke- g dibandingkan dengan suatu respon yang memiliki kategori lebih besar dari kategori ke- g pada $x=2$ adalah sebesar $\exp(\beta_1)$ kali dibandingkan pada $x=1$.

2. Variabel prediktor kontinu

Jika tipe variabel prediktor adalah kontinu maka interpretasi dari koefisien model bergantung pada unit variabel prediktor yang masuk dalam model tersebut. Misal fungsi $g(x) = \alpha + \beta_1 x$, maka perubahan satu unit pada variabel prediktor x akan memberikan perubahan pada variabel respon kategori ke- g sebesar e^{β_1} .

2.6 Konsep Perkawinan dan Umur Kawin Pertama

Konsep perkawinan menurut Undang-undang perkawinan no. 1 tahun 1974 yaitu :

1. Perkawinan adalah ikatan batin antara seorang pria dengan seorang wanita sebagai suami isteri dengan tujuan membentuk keluarga (rumah tangga) yang bahagia dan kekal berdasarkan Ketuhanan Yang Maha Esa.
2. Untuk laki-laki minimal sudah berusia 19 tahun, dan untuk perempuan harus sudah berusia minimal 16 tahun.
3. Jika menikah di bawah usia 21 tahun harus disertai dengan izin kedua atau salah satu orangtua atau yang ditunjuk sebagai wali.

Umur kawin pertama adalah umur pada saat wanita menikah pertama kali atau pada saat mereka memulai kehidupan dengan pasangan yang pertama (BKKBN, 2013). Semakin muda usia kawin pertama yang dilakukan seseorang, maka akan mempengaruhi tingkat fertilitas dan fekunditas (potensi fisik untuk

melahirkan anak), dimana masa reproduksi yang dimiliki akan lebih panjang dibanding wanita yang kawin di atas usia 20 tahun dan memberikan peluang lebih besar bagi wanita untuk memiliki anak lebih banyak. Dalam persoalan makro, hal ini akan menyebabkan meningkatnya tingkat pertumbuhan penduduk suatu daerah (PKPP, 2012).

BKKBN menetapkan usia perkawinan yang ideal adalah usia minimal 20 tahun bagi wanita dan 25 tahun bagi laki-laki, karena diusia tersebut baik wanita dan laki-laki sama-sama sudah memiliki tingkat kematangan yang cukup dalam hal kesehatan reproduksi dan emosional. Dalam masa reproduksi, usia di bawah 20 tahun adalah usia yang dianjurkan untuk menunda perkawinan dan kehamilan. Dalam usia ini seorang remaja masih dalam proses tumbuh kembang baik secara fisik maupun psikis. Proses pertumbuhan berakhir pada usia 20 tahun bagi wanita, dengan alasan ini maka dianjurkan wanita kawin pada usia minimal 20 tahun (BKKBN, 2013). Batasan usia dalam melangsungkan perkawinan dianggap penting atau dapat dikatakan sangat penting. Hal ini disebabkan karena di dalam perkawinan menghendaki kematangan psikologis.

Konsep pengelompokan UKP wanita diperkenalkan oleh Bogue (1969) yang mengelompokkan umur kawin pertama menjadi 4 kelompok yaitu :

1. UKP wanita kurang dari 18 tahun, dikelompokkan ke dalam *Child Marriage*.
2. UKP wanita antara 18 hingga kurang dari 20 tahun disebut dengan *Early Marriage*.
3. UKP wanita antara 20 hingga kurang dari 22 tahun disebut dengan *Marriage at Maturity*.
4. UKP wanita lebih dari 22 tahun disebut dengan *Late Marriage*.

Pengelompokan UKP wanita tersebut merupakan pengelompokan dengan unit individu atau perseorangan yang melakukan perkawinan. Namun dalam penelitian ini yang digunakan sebagai unit analisis adalah kabupaten/kota yang ada di Jawa Timur, sehingga konsep pengembangan pengelompokan tersebut dilakukan berdasarkan umur rata-rata wanita kawin pertama kali yang ada

di setiap kabupaten/kota di Jawa Timur. Jadi, pengelompokkannya adalah sebagai berikut :

1. Rata-rata UKP wanita tiap kabupaten/kota kurang dari 18 tahun, dikelompokkan ke dalam *Child Marriage*.
2. Rata-rata UKP wanita tiap kabupaten/kota antara 18 hingga kurang dari 20 tahun dikelompokkan ke dalam *Early Marriage*.
3. Rata-rata UKP wanita tiap kabupaten/kota antara 20 hingga kurang dari 22 tahun dikelompokkan ke dalam *Marriage at Maturity*.
4. Rata-rata UKP wanita tiap kabupaten/kota lebih dari 22 tahun dikelompokkan ke dalam *Late Marriage*.

2.7 Prosedur Perhitungan *Singulate Mean Age at Marriage* (SMAM)

Perhitungan rata-rata UKP wanita dilakukan dengan metode *Singulate Mean Age at Marriage* (SMAM). SMAM merupakan estimasi rata-rata umur kawin pertama berdasarkan jumlah penduduk yang tetap lajang (belum kawin). Data yang dibutuhkan dalam perhitungan SMAM yaitu data penduduk kelompok umur 15-54 tahun menurut kelompok umur 5 tahunan dan jenis kelamin, baik dari sensus maupun SUSENAS. Selain itu juga dibutuhkan data penduduk yang belum kawin pada kelompok umur 15-54 tahun menurut kelompok umur 5 tahunan dan jenis kelamin. Langkah-langkah perhitungan SMAM yaitu sebagai berikut :

Langkah 1. Menghitung jumlah kelangsungan hidup melajang kelompok umur 15-49 tahun, yang disimbolkan dengan A dan dirumuskan sebagai berikut:

$$A = 15 + \sum_{a=15-19}^{45-49} s_a * 5$$

dimana s_a merupakan proporsi penduduk yang masih lajang pada kelompok umur a (5 tahunan).

Langkah 2. Menghitung proporsi penduduk yang masih melajang tepat pada ulang tahun ke-50, yang disimbolkan dengan B dan dirumuskan sebagai berikut :

$$B = \frac{S_{45-49} + S_{50-54}}{2}$$

Jika proporsi penduduk yang masih melajang pada kelompok umur 50-54 tidak tersedia, maka $B = S_{45-49}$.

Langkah 3. Mengestimasi jumlah kelangsungan hidup lajang penduduk kawin sampai tepat berumur 50 tahun, disimbolkan dengan C dan dirumuskan sebagai berikut :

$$C = 1 - B$$

Langkah 4. Menghitung jumlah kelangsungan hidup penduduk yang masih melajang sampai tepat berusia 50 tahun, yang disimbolkan dengan D dan dirumuskan sebagai berikut :

$$D = 50 * B$$

Langkah 5. Menghitung nilai *Singulate Mean Age at Marriage* (SMAM) atau rata-rata umur kawin pertama sebagai berikut :

$$SMAM = \frac{A - D}{C}$$

2.8 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Umur Kawin Pertama

Menurut Sriudiyani dan Soebijanto (2011), PKPP (2012) serta Rafidahet *al.* (2009), beberapa faktor yang berpengaruh terhadap perkawinan pertama pada wanita adalah sebagai berikut :

1. Faktor ekonomi

Hal ini dilatar belakangi alasan kemiskinan. Orang tua yang tidak mampu membiayai sekolah anaknya menginginkan anaknya segera menikah.

Orang tua ingin lepas tanggung jawab dan berharap setelah menikah anak tersebut akan mendapat bantuan secara ekonomi.

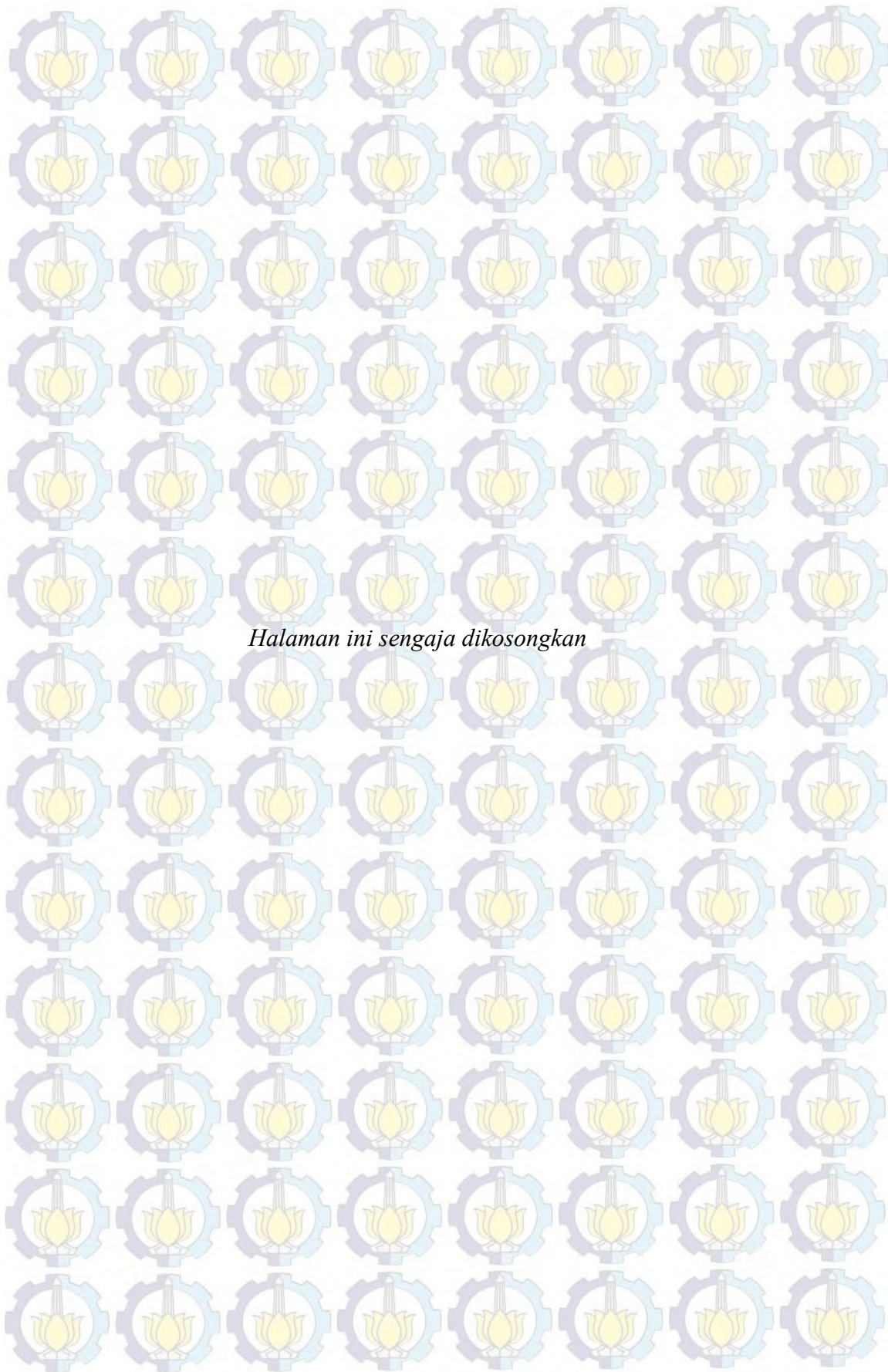
2. Faktor budaya.

Faktor budaya yang dianut masing-masing daerah menyangkut adanya pemahaman mengenai perawan tua. Bagi masyarakat yang masih kental dengan paham ini, mereka menganggap bahwa akan lebih baik menjadi janda muda dari pada menjadi perawan tua.



3. Faktor sosial.

Faktor sosial yang berpengaruh terhadap perkawinan pertama pada perempuan adalah faktor pendidikan. Rendahnya pendidikan orang tua dan rendahnya pendidikan remaja mendorong terjadinya perkawinan usia muda. Selain itu, faktor lokasi tempat tinggal juga berpengaruh terhadap umur kawin pertama wanita. Di Indonesia, pernikahan usia dini masih sering terjadi terutama di daerah pedesaan. Hal ini disebabkan oleh rendahnya tingkat pendidikan wanita, rendahnya tingkat partisipasi kerja wanita dan pendapatan keluarga yang rendah, serta terjadinya ketidaksetaraan gender.



BAB 3

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari beberapa sumber yaitu “Profil Pengendalian Kuantitas Penduduk Jawa Timur” dan “Hubungan Antara Pengendalian Penduduk dengan Sosial Ekonomi di Propinsi Jawa Timur”, yang dipublikasikan oleh Badan Kependudukan dan Keluarga Berencana Nasional (BKKBN) Jawa Timur. “Hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional Tahun 2012”, “Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten/Kota Propinsi Jawa Timur Tahun 2012” serta “Hasil Survei Ketenagakerjaan Nasional Tahun 2012” yang dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik Jawa Timur.

3.2 Variabel Penelitian

Penelitian ini menggunakan variabel respon (Y) yang merupakan rata-rata UKP wanita per kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur yang diklasifikasikan menjadi 4 kategori. Sedangkan variabel prediktor (X) adalah faktor-faktor yang diduga mempengaruhi rata-rata UKP wanita per kabupaten/kota di Jawa Timur tahun 2012. Variabel-variabel tersebut disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 3.1 Variabel Penelitian Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur

Variabel	Keterangan Variabel	Tipe Variabel
Y	Rata-rata Umur Kawin Pertama (UKP) wanita	Ordinal
X ₁	Persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan	Kontinu
X ₂	Rata-rata lama sekolah wanita	Kontinu
X ₃	Persentase penduduk wanita berusia 15 tahun ke atas yang bekerja	Kontinu
X ₄	Persentase penduduk miskin	Kontinu
X ₅	Pendapatan perkapita	Kontinu
X ₆	<i>Gini Ratio</i>	Kontinu
X ₇	Pembagian daerah tapal kuda	Nominal
u	Garis lintang selatan	Kontinu
v	Garis bujur timur	Kontinu

Definisi operasional variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Y : Rata-rata UKP wanita Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

Rata-rata UKP wanita Propinsi Jawa Timur tahun 2012 dikelompokkan menjadi 4 kategori yaitu :

1. Rata-rata UKP wanita di kabupaten/kota kurang dari 18 tahun, dikelompokkan ke dalam *Child Marriage*, diberi kategori 1.
2. Rata-rata UKP wanita di kabupaten/kota antara 18 hingga kurang dari 20 tahun dikelompokkan ke dalam *Early Marriage*, diberi kategori 2.
3. Rata-rata UKP wanita di kabupaten/kota antara 20 hingga kurang dari 22 tahun dikelompokkan ke dalam *Marriage at Maturity*, diberi kategori 3.
4. Rata-rata UKP wanita di kabupaten/kota lebih dari 22 tahun dikelompokkan ke dalam *Late Marriage*, diberi kategori 4.

b. X₁ : Persentase penduduk yang tinggal di pedesaan.

$$\frac{\text{Jumlah penduduk wanita yang tinggal di pedesaan}}{\text{Jumlah penduduk wanita per kabupaten / kota di Jawa Timur}} \times 100\%$$

c. X₂ : Rata-rata lama sekolah wanita

Rata-rata lama sekolah menggambarkan jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk usia 15 tahun ke atas dalam menjalani pendidikan formal.

- d. X_3 : Persentase penduduk wanita berusia 15 tahun ke atas yang bekerja.

$$\frac{\text{Jumlah penduduk wanita berusia 15 tahun ke atas yang bekerja}}{\text{Jumlah penduduk wanita per kabupaten / kota berusia 15 tahun ke atas}} \times 100\%$$

- e. X_4 : Persentase penduduk miskin

$$\frac{\text{Jumlah penduduk miskin per kabupaten / kota di Jawa Timur}}{\text{Jumlah penduduk per kabupaten / kota di Jawa Timur}} \times 100\%$$

- f. X_5 : Pendapatan per kapita

Pendapatan per kapita menunjukkan besarnya pendapatan rata-rata penduduk per kabupaten/kota. Pendapatan per kapita didapatkan dari hasil pembagian pendapatan kabupaten/kota dengan jumlah penduduk kabupaten/kota tersebut. Pendapatan per kapita sering digunakan sebagai tolak ukur kemakmuran dan tingkat pembangunan. Semakin besar pendapatan per kapitanya, semakin makmur wilayah tersebut.

- g. X_6 : *Gini Ratio*

Gini ratio (Indeks Gini) adalah salah satu ukuran umum untuk distribusi pendapatan atau kekayaan yang menunjukkan seberapa merata pendapatan dan kekayaan didistribusikan di antara populasi. Indeks Gini memiliki kisaran 0 sampai 1. Nilai 0 menunjukkan distribusi yang sangat merata yaitu setiap orang memiliki jumlah penghasilan atau kekayaan yang sama persis. Nilai 1 menunjukkan distribusi yang timpang sempurna yaitu satu orang memiliki segalanya dan semua orang lain tidak memiliki apa-apa.

- h. X_7 : Daerah Tapal Kuda

Tapal Kuda adalah nama sebuah kawasan di Propinsi Jawa Timur, tepatnya di sebelah timur laut Jawa Timur. Disebut Tapal Kuda karena bentuk kawasan tersebut dalam peta memiliki kemiripan dengan bentuk tapal kuda. Kawasan Tapal Kuda meliputi Kabupaten Pasuruan, Probolinggo, Lumajang, Jember, Situbondo, Bondowoso, dan Banyuwangi dan pulau Madura. Pulau Madura terdiri dari 4 kabupaten, yaitu Bangkalan, Sumenep, Pamekasan dan Sampang. Semua kabupaten tersebut memiliki ciri khas yang sama, yaitu dihuni oleh suku madura dan sama-sama memiliki kultur menikah muda.

Dalam penelitian ini, variabel X_7 berskala nominal yang terdiri dari 2 kategori yaitu :

1. Kabupaten/kota yang tidak termasuk daerah Tapal Kuda diberi kategori 1.
2. Kabupaten/kota yang termasuk daerah Tapal Kuda diberi kategori 2.

Selain itu juga digunakan dua variabel geografis mengenai lokasi kabupaten/kota di Jawa Timur, yaitu garis lintang selatan dan garis bujur timur. Dua variabel tersebut digunakan dalam menentukan pembobot pada model GWOLR. Selanjutnya struktur data penelitian akan ditunjukkan pada tabel sebagai berikut :

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Kab/Kota	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	u	v
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
1	y_1	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$	$x_{3,1}$	$x_{4,1}$	$x_{5,1}$	$x_{6,1}$	$x_{7,1}$	u_1	v_1
2	y_2	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$	$x_{3,2}$	$x_{4,2}$	$x_{5,2}$	$x_{6,2}$	$x_{7,2}$	u_2	v_2
3	y_3	$x_{1,3}$	$x_{2,3}$	$x_{3,3}$	$x_{4,3}$	$x_{5,3}$	$x_{6,3}$	$x_{7,3}$	u_3	v_3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
38	y_{38}	$x_{1,38}$	$x_{2,38}$	$x_{3,38}$	$x_{4,38}$	$x_{5,38}$	$x_{6,38}$	$x_{7,38}$	u_{38}	v_{38}

3.3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan untuk mencapai setiap tujuan penelitian dijabarkan sebagai berikut :

1. Mendapatkan estimasi parameter dan statistik uji pada model GWOLR.
 - 1.1 Mendapatkan estimasi parameter model GWOLR dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - a. Membentuk fungsi *likelihood* dari model GWOLR

$$L(\theta(u_i, v_i)) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right]^{y_{ig}}$$

- b. Membentuk fungsi *ln-likelihood* dengan melakukan transformasi *ln* pada fungsi *likelihood* dan memberikan pembobot $w_j(u_i, v_i)$ pada fungsi *ln-likelihood*

$$\begin{aligned} \ell^* = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} (\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) - (y_{j1} + y_{j2}) \ln(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + \right. \\ \left. - (y_{j2} + y_{j3}) \ln(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \ln(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + \right. \\ \left. y_{j2} \ln(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + \right. \\ \left. y_{j3} \ln(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) \right\} w_j(u_i, v_i) \end{aligned}$$

- c. Mengestimasi parameter dengan melakukan turunan parsial pertama terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disamakan dengan nol.
d. Melakukan turunan parsial kedua terhadap parameter yang akan diestimasi.
e. Melakukan metode iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan estimasi parameter.

1.2 Pengujian hipotesis model GWOLR dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- a. Melakukan pengujian kesamaan model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal dengan langkah-langkah sebagai berikut :

- (i) Membentuk hipotesis

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, p$$

(Tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal)

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, p$$

(Ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal)

(ii) Menentukan devians model regresi logistik ordinal

$$D(\hat{\theta}) = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\hat{\alpha}_g + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}}{1 + e^{\hat{\alpha}_g + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}} - \frac{e^{\hat{\alpha}_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}}{1 + e^{\hat{\alpha}_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}} \right]$$

(iii) Menentukan devians model GWLOR

$$D(\hat{\theta}^*) = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}} \right]$$

(iv) Menentukan statistik uji menggunakan rasio devians model regresi logistik ordinal dan model GWOLR

(v) Menentukan kriteria penolakan H_0 .

b. Melakukan pengujian parameter model GWOLR secara serentak dengan langkah-langkah sebagai berikut :

(i) Membentuk hipotesis

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

(ii) Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah H_0 , (ω)

(iii) Menentukan fungsi *likelihood* di bawah H_0 , $L(\omega)$

(iv) Menentukan $L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$

(v) Menentukan himpunan parameter-parameter di bawah populasi, (Ω)

(vi) Menentukan fungsi *likelihood* di bawah populasi, $L(\Omega)$

(vii) Menentukan $L(\hat{\Omega}) = \max_{\omega} L(\omega)$

(viii) Menentukan statistik uji menggunakan metode MLRT,

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

(ix) Menentukan kriteria penolakan H_0 .

c. Melakukan pengujian parameter model GWOLR secara parsial

2. Menganalisis faktor-faktor yang berpengaruh terhadap rata-rata UKP wanita dengan cara :

a. Membandingkan AIC model regresi logistik ordinal dan GWOLR. Jika AIC model GWOLR lebih kecil daripada AIC model regresi logistik ordinal, maka dilanjutkan dengan mencari model GWOLR terbaik dari semua model yang terbentuk dari kombinasi variabel prediktor. Model GWOLR terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC terkecil.

b. Dari model GWOLR terbaik yang diperoleh, dilakukan uji signifikansi parameter secara serentak dan secara parsial, kemudian dilakukan analisis faktor-faktor yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

3. Setelah mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita berdasarkan model GWOLR terbaik, kemudian dilakukan pemetaan atau pengelompokan kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2012. Pengelompokan didasarkan pada kesamaan prediksi kategori rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.



BAB 4

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini disajikan model GWOLR serta proses estimasi parameter dan pengujian hipotesis dari model GWOLR dan dilanjutkan dengan penyusunan algoritma pemodelan GWOLR. Bagian akhir membahas mengenai penyusunan model rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 sebagai studi kasus dalam penerapan model GWOLR dan mencari faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

4.1 Model GWOLR

Model GWOLR digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon yang berskala ordinal dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Misal variabel respon terdiri dari G buah kategori, maka model GWOLR untuk lokasi ke- i dapat ditulis sebagai berikut :

$$\text{logit} \left[P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \quad (4.1)$$

dimana $g = 1, 2, \dots, G-1$ dan $i = 1, 2, \dots, n$.

Berdasarkan persamaan (4.1) maka peluang kumulatif kategori respon ke- g dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}, \quad g = 1, 2, \dots, G-1. \quad (4.2)$$

Misal $\pi_g^*(\mathbf{x}_i)$ menyatakan peluang variabel respon pada lokasi ke- i mempunyai kategori ke- g terhadap \mathbf{x}_i , maka :

$$\pi_g^*(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq g-1 | \mathbf{x}_i), \quad g = 1, 2, \dots, G. \quad (4.3)$$

Berdasarkan persamaan (4.2) dan (4.3) maka diperoleh :

$$\pi_g^*(\mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \quad (4.4)$$

$$\text{dengan } \frac{e^{\alpha_0(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_0(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} = 0 \text{ dan } \frac{e^{\alpha_G(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_G(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} = 1.$$

Jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori ($G = 4$), maka model GWOLR yang terbentuk untuk lokasi ke- i adalah :

$$\text{logit}[P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$$

$$\text{logit}[P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$$

$$\text{logit}[P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$$

$$\text{dengan } P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}$$

$$P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}$$

$$P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}.$$

Sehingga diperoleh peluang untuk masing-masing kategori respon yaitu :

Peluang kategori pertama

$$\pi_1^*(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}.$$

Peluang kategori kedua

$$\pi_2^*(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}.$$

Peluang kategori ketiga

$$\pi_3^*(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) = \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}.$$

Peluang kategori keempat

$$\pi_4^*(\mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 4 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = 1 - P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) = 1 - \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}.$$

4.1.1 Estimasi Parameter Model GWOLR

Dalam penelitian ini, parameter dalam model GWOLR yaitu $\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i) = [\alpha_1(u_i, v_i) \quad \alpha_2(u_i, v_i) \quad \cdots \quad \alpha_{G-1}(u_i, v_i) \quad \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)]^T$ diestimasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) terboboti. Langkah awal dalam MLE terboboti yaitu membentuk fungsi *likelihood*.

Misal diambil n sampel random y_1, y_2, \dots, y_n dengan peluang hasil pada kategori g adalah $\pi_g^*(\mathbf{x}_i)$ maka :

$$\mathbf{Y}_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{i,G-1}) \sim \text{Multinomial}(\pi_1^*(\mathbf{x}_i), \pi_2^*(\mathbf{x}_i), \dots, \pi_{G-1}^*(\mathbf{x}_i)) \quad (4.5)$$

membentuk fungsi *likelihood* sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) &= \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G (\pi_g^*(\mathbf{x}_i))^{y_{ig}} \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right]^{y_{ig}}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Langkah selanjutnya adalah membentuk fungsi *ln-likelihood* dengan cara melakukan transformasi *ln* pada fungsi *likelihood*, sehingga :

$$\begin{aligned}\ell(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) &= \ln \left[L(\boldsymbol{\theta}(u_i, v_i)) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right].\end{aligned}$$

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWOLR. Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap lokasi yang menunjukkan sifat lokal pada model GWOLR. Oleh karena itu pembobot diberikan pada bentuk *ln-likelihood* model GWOLR. Misal pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) adalah $w_j(u_i, v_i)$, $j=1, 2, \dots, n$ maka diperoleh fungsi *ln-likelihood* terboboti sebagai berikut :

$$\ell^* = \sum_{j=1}^n \sum_{g=1}^G \left\{ y_{jg} \ln \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] \right\} w_j(u_i, v_i). \quad (4.7)$$

Estimasi parameter diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama pada persamaan (4.7) terhadap parameter yang akan diestimasi, kemudian disamakan dengan nol. Jika hasil turunan parsial pertama yang diperoleh berbentuk nonlinear, maka diperlukan suatu metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang digunakan adalah metode iterasi Newton-Raphson. Oleh karena itu diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terboboti terhadap parameter yang akan diestimasi.

Algoritma estimasi parameter model GWOLR jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori adalah sebagai berikut :

Algoritma 1 : Penentuan Pembobot $w_j(u_i, v_i)$

INPUT : Data titik koordinat (*longitude, latitude*) yaitu \mathbf{u} dan \mathbf{v} , bandwidth h

OUTPUT : Solusi pembobot $w_j(u_i, v_i)$

Untuk $i = 1$ dan $j = 1$

Langkah 1 Menentukan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$

Langkah 2 Menentukan pembobot $w_j(u_i, v_i)$

dimana

$$w_j(u_i, v_i) = \phi(d_{ij}/\sigma h) \quad (\text{Jika Gaussian})$$

$$w_j(u_i, v_i) = \sqrt{\exp(-(d_{ij}/h)^2)} \quad (\text{Jika Exponential})$$

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - (d_{ij}/h)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases} \quad (\text{Jika Bisquare})$$

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - (d_{ij}/h)^3\right)^3, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases} \quad (\text{Jika Tricube})$$

Langkah 3 Mengulang langkah (1) sampai (2) untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

Langkah 4 Mengulang langkah (1) sampai (3) untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

STOP

Algoritma 2 : Penentuan Bandwidth (h) Optimum dengan *Cross Validation*

INPUT : Data y , X , u , v , batasan nilai h

OUTPUT : Solusi h optimum

Langkah 1 Menentukan variabel indikator dari y

$y_{ig} = 1$, jika y_i mempunyai kategori g ($i = 1, 2, \dots, n$; $g = 1, 2, 3, 4$)

$y_{ig} = 0$, untuk lainnya

Untuk $i = 1$ dan $j = 1$

Langkah 2 Menentukan $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$

Langkah 3 Menentukan pembobot $w_j(u_i, v_i)$

Langkah 4 Mengulang langkah (2) sampai (3) untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

Langkah 5 Mencari $\hat{\theta}(u_i, v_i)$ dengan metode iterasi Newton Raphson yang memaksimumkan persamaan (4.7)

Langkah 6 Menghitung $\pi_g^*(x_i)$ seperti pada persamaan (4.4)

Langkah 7 Mengulang langkah (2) sampai (7) untuk $i = 1, 2, \dots, n$

Langkah 8 Menghitung score CV

Langkah 9 Mengulang langkah (2) sampai (9) untuk h yang berbeda sampai diperoleh nilai CV yang minimum

STOP

Algoritma 3 : Penaksiran parameter model GWOLR

INPUT : Variabel indikator \mathbf{y} , \mathbf{X} , \mathbf{u} , \mathbf{v} dan pembobot $w_j(u_i, v_i)$ pada h optimal

OUTPUT : Solusi penaksir parameter model GWOLR

1. Menentukan distribusi kategori variabel respon seperti pada persamaan (4.5).
2. Membentuk fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (4.6) dan melakukan transformasi *ln* serta menambahkan pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) seperti pada persamaan (4.7). Fungsi *ln-likelihood* yang terbentuk jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori adalah :

$$\begin{aligned} \ell^* = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} \ln \left[\frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + y_{j2} \ln \left[\frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + \right. \\ y_{j3} \ln \left[\frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + \\ \left. y_{j4} \ln \left[1 - \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] \right\} w_j(u_i, v_i). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Persamaan (4.8) dapat disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned} \ell^* = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} \left(\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \right) - (y_{j1} + y_{j2}) \ln \left(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right) + \right. \\ - (y_{j2} + y_{j3}) \ln \left(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right) - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \ln \left(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right) + \\ y_{j2} \ln \left(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right) + \\ \left. y_{j3} \ln \left(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right) \right\} w_j(u_i, v_i). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Estimasi parameter diperoleh dengan melakukan turunan parsial pertama pada persamaan (4.9) terhadap parameter yang akan diestimasi, kemudian disamakan dengan nol, sehingga diperoleh :

$$\frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ \left. = -y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ -(y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + y_{j2} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ \left. - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i).$$

Hasil lengkap turunan parsial pertama dapat dilihat pada Lampiran III.b. Hasil turunan parsial pertama yang diperoleh berbentuk nonlinear sehingga diperlukan suatu metode numerik untuk memperoleh estimasi parameternya. Metode numerik yang digunakan adalah metode iterasi Newton-Raphson. Oleh karena itu diperlukan turunan parsial kedua dari fungsi *ln-likelihood* terboboti terhadap parameter yang akan diestimasi. Hasil turunan parsial kedua yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial \alpha_1^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ -(y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} + \right. \\ \left. - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i).$$

Hasil lengkap turunan parsial kedua dapat dilihat pada Lampiran III.b. Persamaan yang digunakan dalam proses iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai

$\hat{\theta}(u_i, v_i)$ yaitu :

$$\theta^{(t+1)}(u_i, v_i) = \theta^{(t)}(u_i, v_i) - \left[\mathbf{H}(\theta^{(t)})(u_i, v_i) \right]^{-1} \mathbf{q}(\theta^{(t)}(u_i, v_i)) \quad (4.10)$$

dengan :

$$\theta(u_i, v_i) = [\alpha_1(u_i, v_i) \quad \alpha_2(u_i, v_i) \quad \alpha_3(u_i, v_i) \quad \beta_1(u_i, v_i) \quad \beta_2(u_i, v_i) \quad \cdots \quad \beta_p(u_i, v_i)]^T.$$

Untuk $i = 1$

Langkah 1 Menentukan nilai awal untuk $\hat{\theta}^{(0)}(u_i, v_i)$ dengan menggunakan nilai $\hat{\theta}$ yang diperoleh dari model regresi logistik ordinal

Langkah 2 Membentuk vektor gradien \mathbf{q}

$$\mathbf{q}(\theta(u_i, v_i)) = \left[\frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial \ell^*}{\partial \beta(u_i, v_i)} \right]^T$$

Langkah 3 Membentuk matriks Hessian \mathbf{H}

$$\mathbf{H}(\theta(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} \\ \text{simetris} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \beta^T(u_i, v_i)} \end{bmatrix}$$

Langkah 4 Mulai dari $t=0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.10)

Langkah 5 Jika $\|\theta^{(t+1)}(u_i, v_i) - \theta^{(t)}(u_i, v_i)\| \leq 0.001$ maka kekonvergenan tercapai. Jika belum konvergen kembali ke langkah (4) untuk iterasi $t = t + 1$

Langkah 6 Mendapatkan nilai $\hat{\theta}(u_i, v_i)$ yang merupakan nilai $\theta^{(t+1)}(u_i, v_i)$ yang konvergen pada iterasi ke- t

Langkah 7 Mengulang langkah (4) sampai (7) untuk $i = 1, 2, \dots, n$

Prosedur iterasi tersebut diulang untuk setiap lokasi ke- i , sehingga akan diperoleh estimasi parameter lokal model GWOLR.

STOP

4.1.2 Pengujian Hipotesis Model GWOLR

Pengujian hipotesis digunakan untuk mengetahui kelayakan suatu model.

Pengujian hipotesis pada model GWOLR dilakukan dengan menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Pengujian hipotesis meliputi pengujian kesamaan model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal, pengujian serentak dan pengujian parsial parameter model GWOLR. Pengujian serentak terdiri dari pengujian serentak parameter $\theta(u_i, v_i)$. Sedangkan pengujian parsial mencakup pengujian parsial pada setiap parameter $\beta(u_i, v_i)$. Masing-masing pengujian beserta hipotesis dan statistik *likelihood ratio* yang digunakan akan diuraikan lebih lanjut berikut ini.

4.1.2.1 Pengujian Kesamaan Model GWOLR

Pengujian hipotesis yang pertama kali dilakukan adalah pengujian kesamaan model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal yang bertujuan untuk menguji signifikansi dari faktor geografis. Bentuk hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, p$$

(tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal)

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$$

(ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal).

Setelah membentuk hipotesis, selanjutnya menentukan statistik uji yaitu dengan membandingkan nilai devians model regresi logistik ordinal dan model GWOLR. Devians model regresi logistik ordinal dihitung berdasarkan nilai maksimum *likelihood* di bawah H_0 , $L(\hat{\omega})$, sedangkan devians untuk model GWOLR dihitung berdasarkan nilai maksimum *likelihood* di bawah populasi, $L(\hat{\Omega})$.

Misal $D(\hat{\theta})$ menyatakan menyatakan nilai devians model regresi logistik ordinal dengan derajat bebas df_1 , maka :

$$D(\hat{\theta}) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left(\frac{y_{ig}}{\hat{\pi}_g(\mathbf{x}_i)} \right) \\ = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\hat{\alpha}_g + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}}{1 + e^{\hat{\alpha}_g + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}} - \frac{e^{\hat{\alpha}_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}}{1 + e^{\hat{\alpha}_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}} \right]$$

dimana nilai $\hat{\alpha}_g$ dan $\hat{\beta}$ merupakan estimator parameter model regresi logistik ordinal yang diperoleh dari iterasi Newton-Raphson. Adapun derajat bebas untuk devians model regresi logistik ordinal dapat diperoleh menggunakan rumus berikut :

$$df_1 = (G-1)n - p.$$

Misal $D(\hat{\theta}^*)$ menyatakan menyatakan nilai devians model GWOLR dengan derajat bebas df_2 , maka :

$$D(\hat{\theta}^*) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left(\frac{y_{ig}}{\hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_i)} \right) \\ = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i)}} \right] \quad (4.11)$$

dimana nilai $\hat{\alpha}_g(u_i, v_i)$ dan $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ merupakan estimator parameter GWOLR yang diperoleh dari iterasi Newton-Raphson. Adapun derajat bebas untuk devians model GWOLR dapat diperoleh menggunakan rumus berikut :

$$df_2 = n - \text{trace}(2\mathbf{S} - \mathbf{S}^T \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{A}^{-1}) \quad (4.12)$$

dengan \mathbf{S} adalah matriks dengan elemen baris ke- i dan kolom ke- j yaitu :

$$S_{ij} = R_{ij} \frac{z_i(u_j, v_j)}{z_j(u_j, v_j)} \quad (4.13)$$

dimana \mathbf{R} adalah matriks dengan elemen baris ke- i adalah

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_i \left(\mathbf{X}^{*T} \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{A}(u_i, v_i) \mathbf{X}^* \right)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{A}(u_i, v_i) \quad (4.14)$$

\mathbf{X}^* menyatakan matriks dengan elemen :

$$\mathbf{X}^* = [\mathbf{y} \mathbf{d} \quad \mathbf{X}] \quad (4.15)$$

$$\text{dengan } \mathbf{y} \mathbf{d}_i = \begin{cases} 1 & 0 & 0 & , \text{ jika } y_i \text{ mempunyai kategori 1} \\ 0 & 1 & 0 & , \text{ jika } y_i \text{ mempunyai kategori 2} \\ 0 & 0 & 1 & , \text{ jika } y_i \text{ mempunyai kategori 3} \\ 0 & 0 & 0 & , \text{ jika } y_i \text{ mempunyai kategori 4} \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

\mathbf{W} menyatakan matriks diagonal bobot spasial untuk lokasi ke- i

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} w_1(u_i, v_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2(u_i, v_i) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_n(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A menyatakan matriks diagonal bobot varian untuk lokasi ke- i

$$\mathbf{A}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_1)[1 - \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_1)] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_2)[1 - \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_2)] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_n)[1 - \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_n)] \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

sedangkan z menyatakan *adjusted dependent* yang didefinisikan sebagai :

$$z_j(u_i, v_i) = \frac{1 - \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_j)}{\sqrt{\hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_j)[1 - \hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_j)]}}. \quad (4.19)$$

Pengujian kesamaan antara model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal dilakukan dengan membandingkan nilai devians model regresi logistik ordinal dan model GWOLR, maka :

$$F_{hit} = \frac{D(\hat{\boldsymbol{\theta}})/df_1}{D(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)/df_2} \quad (4.20)$$

akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2 . Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{(\alpha; df_1; df_2)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

Distribusi dari statistik uji F_{hit} pada persamaan (4.20) dibuktikan dengan menggunakan teknik transformasi variabel. Pertama, ditentukan *joint distribution*

dari $D(\hat{\theta}) \sim \chi_{df_1}^2$ dan $D(\hat{\theta}^*) \sim \chi_{df_2}^2$ yang saling bebas dengan fungsi kepadatan peluang masing-masing $\gamma_{G_1}(g_1)$ dan $\gamma_{G_2}(g_2)$, yaitu :

$$\begin{aligned}\gamma_{G_1, G_2}(g_1, g_2) &= \gamma_{G_1}(g_1) \gamma_{G_2}(g_2) \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1}{2} + \frac{df_2}{2}\right)}} g_1^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} g_2^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{g_1+g_2}{2}\right)}\end{aligned}$$

dimana $A = \{(g_1, g_2) | 0 < g_1 < \infty; 0 < g_2 < \infty\}$.

Diberikan variabel acak $F = \frac{G_1/df_1}{G_2/df_2}$ dan didefinisikan variabel acak kedua yaitu $H = G_2$, sehingga transformasi dan inversnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$g_1 = \left(\frac{df_1}{df_2}\right) fh \text{ dan } g_2 = h$$

diperoleh matriks *Jacobian* berikut:

$$J = \begin{vmatrix} \left(\frac{df_1}{df_2}\right)h & \left(\frac{df_1}{df_2}\right)f \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \left(\frac{df_1}{df_2}\right)h.$$

Transformasi ini merupakan transformasi satu-satu yang memetakan himpunan A ke $B = \{(f, h) | 0 < f < \infty; 0 < h < \infty\}$, sehingga diperoleh distribusi bersama untuk F dan H berikut ini

$$\begin{aligned}\gamma_{F, H}(f, h) &= \gamma_{G_1, G_2}\left(g_1 = \left(\frac{df_1}{df_2}\right) fh, g_2 = h\right) \cdot |J| \\ &= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1}{2} + \frac{df_2}{2}\right)}} \left(\frac{df_1}{df_2} fh\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} h^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{df_1}{df_2} fh + \frac{h}{2}\right)} \left(\frac{df_1}{df_2} h\right).\end{aligned}\quad (4.21)$$

Distribusi dari statistik uji F_{hit} diperoleh dengan menentukan distribusi marginal untuk variabel acak F dari distribusi bersama $\gamma_{F,H}(f,h)$ yang telah diperoleh pada persamaan (4.21) yaitu :

$$\begin{aligned}\gamma_F(f) &= \int_0^{\infty} \gamma_{F,H}(f,h) dh \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}} \left(\frac{df_1}{df_2} fh\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} h^{\left(\frac{df_2}{2}-1\right)} e^{-\left(\frac{df_1}{df_2} \frac{fh}{2} + \frac{h}{2}\right)} \left(\frac{df_1}{df_2} h\right) dh \\ &= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \frac{df_1}{df_2}}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}} \int_0^{\infty} h^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-\frac{h}{2}\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1\right)} dh.\end{aligned}$$

Misal:

$$\begin{aligned}c &= \frac{h}{2} \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right) \rightarrow dc = \frac{1}{2} \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right) dh \\ h &= \frac{2c}{\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right)} \rightarrow dh = \frac{2}{\left(f \frac{df_1}{df_2} + 1 \right)} dc.\end{aligned}$$

Persamaan (4.21) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}\gamma_F(f) &= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right)}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}} \int_0^{\infty} \left(\frac{2c}{f \frac{df_1}{df_2} + 1} \right)^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-c \left(\frac{2}{f \frac{df_1}{df_2} + 1} \right)} dc \\ &= \frac{\left(\frac{df_1}{df_2} f\right)^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) 2^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)} \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1\right)} \int_0^{\infty} c^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-c} dc\end{aligned}$$

karena $\int_0^{\infty} c^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}-1\right)} e^{-c} dc = \Gamma\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)$ maka

$$\gamma_F(f) = \frac{f^{\left(\frac{df_1}{2}-1\right)} \left(\frac{df_1}{df_2}\right)^{\left(\frac{df_1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{df_1}{2} + \frac{df_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{df_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{df_2}{2}\right) \left(f \frac{df_1}{df_2} + 1\right)^{\left(\frac{df_1+df_2}{2}\right)}}; 0 < f < \infty.$$

Dengan demikian, statistik uji F_{hit} mengikuti distribusi F dengan derajat bebas (df_1, df_2) . Pada tingkat signifikansi α , kriteria penolakan pada pengujian ini adalah tolak H_0 jika nilai $F_{hit} > F_{(\alpha; df_1, df_2)}$.

Algoritma pengujian signifikansi faktor geografis adalah :

Algoritma 1 : Penentuan derajat bebas devians model GWOLR

INPUT : Data y , \mathbf{X} , pembobot $w(u_i, v_i)$ dan $\hat{\theta}(u_i, v_i)$

OUTPUT : Solusi derajat bebas model GWOLR

Langkah 1 Menentukan variabel *dummy* dari y seperti pada persamaan (4.16)

Langkah 2 Menentukan matriks \mathbf{X}^* seperti pada persamaan (4.15)

Untuk $i = 1$ dan $j = 1, 2, \dots, n$

Langkah 3 Menentukan matriks $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ seperti pada persamaan (4.17)

Langkah 4 Menghitung $\hat{\pi}_g^*(\mathbf{x}_j)$ untuk obsevasi ke- j yang mempunyai kategori ke- g

$$\pi_g^*(\mathbf{x}_j) = \frac{e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\hat{\alpha}_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}$$

Langkah 5 Menentukan matriks bobot varians $\mathbf{A}(u_i, v_i)$ seperti pada persamaan (4.18)

Langkah 6 Menentukan vektor $\mathbf{z}(u_i, v_i)$

$$\mathbf{z}(u_i, v_i) = [z_1(u_i, v_i) \quad z_2(u_i, v_i) \quad \dots \quad z_n(u_i, v_i)] \text{ dimana } z_j(u_i, v_i)$$

dirumuskan pada persaaamaan (4.19)

Langkah 7 Menentukan matriks \mathbf{R} dengan elemen baris ke- i seperti pada persamaan (4.14)

Langkah 8 Menghitung $\pi_g^*(\mathbf{x}_j)$ untuk obsevasi ke- i yang mempunyai kategori ke- g

Langkah 9 Mengulang langkah (3) sampai (8) untuk $i = 1, 2, \dots, n$

Langkah 10 Menentukan matriks bobot varians \mathbf{A} seperti pada persamaan (4.18)

Langkah 11 Menentukan matriks \mathbf{S} dengan elemen ke- ij seperti pada persamaan (4.13)

Langkah 12 Menghitung jumlah parameter model GWOLR
 $k = \text{trace}(\mathbf{S})$

Langkah 13 Menghitung derajat bebas devians model GWOLR seperti pada persamaan (4.12)

STOP

Algoritma 2 : Pengujian Kesamaan Model GWOLR dan Regresi Logistik

Ordinal

INPUT $\pi_g^*(\mathbf{x}_j)$, devians model regresi logistik ordinal $D(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ dengan derajat bebas df_1 , derajat bebas model GWOLR df_2

OUTPUT Statistik uji kesamaan model GWOLR dan regresi logistik ordinal

Langkah 1 Menghitung devians model GWOLR seperti pada persamaan (4.11)

Langkah 2 Menghitung statistik uji seperti pada persamaan (4.20)

STOP

4.1.2.2 Pengujian Serentak Parameter Model GWOLR

Pengujian serentak parameter pada model GWOLR dilakukan untuk menguji signifikansi parameter $\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)$ secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_p(u_i, v_i); \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq 0.$$

Pada pengujian ini, statistik uji yang digunakan yaitu ukuran *likelihood ratio test* (LRT). Langkah awal untuk membentuk *likelihood ratio test* adalah dengan menentukan himpunan parameter dibawah populasi (Ω) , $L(\hat{\Omega})$ dan himpunan parameter di bawah H_0 , $L(\hat{\omega})$. Himpunan parameter di bawah populasi adalah $\Omega = [\alpha_1(u_i, v_i) \quad \alpha_2(u_i, v_i) \quad \alpha_3(u_i, v_i) \quad \beta_1(u_i, v_i) \quad \dots \quad \beta_p(u_i, v_i)]$ dengan fungsi *likelihood* sebagai berikut :

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^3 \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right]^{y_{ig}}$$

selanjutnya $L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} L(\Omega)$ diperoleh dengan mendapatkan nilai $\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_3(u_i, v_i)$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ yang memaksimumkan fungsi *ln-likelihood* terboboti berikut :

$$\ln L(\Omega) = \sum_{j=1}^n \sum_{g=1}^3 y_{jg} \ln \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] w_j(u_i, v_i)$$

dengan cara melakukan turunan parsial pertama terhadap $\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_3(u_i, v_i)$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ dan kemudian disamakan dengan nol, maka diperoleh :

$$\begin{aligned} L(\hat{\Omega}) &= \max_{\Omega} L(\Omega) \\ &= \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^3 \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right]^{y_{ig}} w_j(u_i, v_i) \end{aligned}$$

dimana nilai $\hat{\alpha}_g(u_i, v_i)$ dan $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ merupakan estimator parameter model GWOLR yang diperoleh dari iterasi Newton-Raphson.

Sementara itu, himpunan parameter dibawah H_0 adalah $\omega = \{\alpha_g(u_i, v_i); g=1,2,...,G-1\}$. Jika variabel respon mempunyai 4 buah kategori, maka $\omega = \{\alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_3(u_i, v_i)\}$ dan fungsi *likelihood*nya adalah sebagai berikut :

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^3 \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i)}} \right]^{y_{ig}}$$

Langkah selanjutnya untuk mendapatkan $L(\hat{\omega}) = \max_{\Omega} L(\omega)$ maka dilakukan dengan mendapatkan $\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_3(u_i, v_i)$ yang memaksimalkan fungsi *ln likelihood* terboboti berikut :

$$\begin{aligned} \ln L(\omega) &= \sum_{j=1}^n \sum_{g=1}^3 y_{jg} \ln \left[\frac{e^{\alpha_g(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_g(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_{g-1}(u_i, v_i)}} \right] w_j(u_i, v_i) \\ &= \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} \ln \left[\frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} \right] + y_{j2} \ln \left[\frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} \right] + y_{j3} \ln \left[\frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} + \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} \right] + y_{j4} \ln \left[1 - \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}} \right] \right\} w_j(u_i, v_i). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Persamaan (4.22) dapat disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned} \ln L(\omega) &= \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} (\alpha_1(u_i, v_i)) - (y_{j1} + y_{j2}) \ln(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}) - (y_{j2} + y_{j3}) \ln(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)}) + \right. \\ &\quad \left. - (1 - y_{j2} - y_{j3}) \ln(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}) + y_{j2} \ln(e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)}) + \right. \\ &\quad \left. y_{j3} \ln(e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)}) \right\} w_j(u_i, v_i). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Hasil lengkap turunan parsial pertama dan kedua persamaan (4.23) terhadap $\alpha_1(u_i, v_i)$, $\alpha_2(u_i, v_i)$, $\alpha_3(u_i, v_i)$ dapat dilihat pada Lampiran III.c. Nilai $\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$, $\hat{\alpha}_3(u_i, v_i)$ diperoleh dari proses iterasi metode Newton-Raphson.

Langkah-langkah dalam proses iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai $\omega = \{\alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_3(u_i, v_i)\}$ yaitu :

1. Menentukan nilai awal parameter $\omega = \{\alpha_1(u_i, v_i), \alpha_2(u_i, v_i), \alpha_3(u_i, v_i)\}$ yaitu:

$$\hat{\omega} = \{\hat{\alpha}_1(u_i, v_i), \hat{\alpha}_2(u_i, v_i), \hat{\alpha}_3(u_i, v_i)\}^T.$$

2. Membentuk vektor gradien $\mathbf{q}(\omega(u_i, v_i))$

$$\mathbf{q}(\omega(u_i, v_i)) = \left[\frac{\partial L^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial L^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} \quad \frac{\partial L^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i)} \right]^T.$$

3. Membentuk matriks Hessian $\mathbf{H}(\omega(u_i, v_i))$

$$\mathbf{H}(\omega(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} \\ \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2^2(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} \\ \text{simetris} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i) \partial \alpha_1(u_i, v_i)} & \frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} \end{bmatrix}.$$

4. Mensubstitusikan nilai $\hat{\omega} = \{\hat{\alpha}_1(u_i, v_i), \hat{\alpha}_2(u_i, v_i), \hat{\alpha}_3(u_i, v_i)\}^T$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{q}(\omega(u_i, v_i))$ dan matriks $\mathbf{H}(\omega(u_i, v_i))$ sehingga diperoleh $\mathbf{q}(\hat{\omega}(u_i, v_i))$ dan $\mathbf{H}(\hat{\omega}(u_i, v_i))$.

5. Mulai dari $t = 0$, dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\omega}^{(t+1)}(u_i, v_i) = \hat{\omega}^{(t)}(u_i, v_i) - [\mathbf{H}(\hat{\omega}^{(t)})(u_i, v_i)]^{-1} \mathbf{q}(\hat{\omega}^{(t)}(u_i, v_i)).$$

Proses iterasi Newton-Raphson akan berhenti jika terpenuhi kondisi konvergen, yaitu selisih $\|\hat{\omega}^{(t+1)}(u_i, v_i) - \hat{\omega}^{(t)}(u_i, v_i)\| \leq \varepsilon$, dimana ε adalah

bilangan yang sangat kecil dari proses iterasi Newton-Raphson yang dilakukan untuk setiap lokasi ke- i , sehingga akan diperoleh nilai

$\hat{\omega} = \{\hat{\alpha}_1(u_i, v_i), \hat{\alpha}_2(u_i, v_i), \hat{\alpha}_3(u_i, v_i)\}^T$ yang bersifat lokal untuk setiap wilayah.

Rasio antara $L(\hat{\Omega})$ dan $L(\hat{\omega})$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$$

$$G^2 = -2 \ln(\Lambda)$$

$$G^2 = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = -2 \left[\ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}) \right]$$

Statistik uji G^2 disebut juga sebagai statistik rasio *likelihood* yang merupakan devians model GWOLR dan secara asimtotik berdistribusi *Chi-Square*

(χ^2) dengan derajat bebas df . Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(\alpha; df)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ dimana $df = n - \text{trace}(S)$.

Algoritma pengujian parameter model GWOLR secara serentak adalah :

INPUT Variabel indikator y , pembobot $w(u_i, v_i)$, $\pi_g^*(x_j)$

OUTPUT Statistik uji serentak model GWOLR

Langkah 1 Menghitung nilai maksimum *likelihood* dibawah H_0

Langkah 2 Menghitung nilai maksimum *likelihood* dibawah H_1

Langkah 1 Menghitung nilai G^2

STOP

4.1.2.3 Pengujian Parsial Parameter Model GWOLR

Selain pengujian secara serentak, pengujian parameter secara parsial pada model GWOLR juga perlu dilakukan untuk menentukan apakah suatu variabel

prediktor signifikan atau layak untuk masuk ke dalam model atau tidak. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0; \quad i=1,2,\dots,n; \quad k=1,2,\dots,p$$

$$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian parsial adalah :

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))} \quad (4.24)$$

dimana $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ merupakan estimator parameter dari $\beta_k(u_i, v_i)$ dan nilai standar error $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ diperoleh dari :

$$SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)) = \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))} \quad (4.25)$$

dengan $\text{var}(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))$ merupakan elemen ke- $(k+G-1)$ diagonal matrik $\text{var}(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))$ yang berukuran $(p+G-1) \times (p+G-1)$ dan G adalah jumlah kategori dari variabel respon.

Statistik uji pada persamaan (4.24) berdistribusi normal standar. Hal ini dapat ditunjukkan sebagai berikut :

Salah satu sifat estimator MLE dari $\beta_k(u_i, v_i)$ adalah berdistribusi normal asimtotik yaitu:

$$\hat{\beta}_k(u_i, v_i) \xrightarrow{\text{asym}} N(\beta_k^*(u_i, v_i), [\mathbf{I}(\beta_k^*(u_i, v_i))]^{-1}) \quad (4.26)$$

dengan $\mathbf{I}[\beta_k^*(u_i, v_i)]$ adalah matriks Hessian dan $\beta_k^*(u_i, v_i)$ adalah nilai sebenarnya dari parameter $\beta_k(u_i, v_i)$. Karena $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ merupakan estimator yang tak bias, maka persamaan (4.26) ekuivalen dengan :

$$\sqrt{n} [\hat{\beta}_k(u_i, v_i) - E(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))] \xrightarrow{d} N(0, [\frac{1}{n} \mathbf{I}(\beta_k^*(u_i, v_i))]^{-1})$$

$$(\mathbf{I}(\beta_k^*(u_i, v_i)))^{\frac{1}{2}} [\hat{\beta}_k(u_i, v_i) - E(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))] \xrightarrow{d} N(0, \mathbf{I}_p). \quad (4.27)$$

Dengan $[\mathbf{I}(\beta_k^*(u_i, v_i))]^{\frac{1}{2}}$ adalah matriks yang memenuhi $[(\mathbf{I}(\beta_k^*(u_i, v_i)))^{\frac{1}{2}}]^2 = \mathbf{I}[\beta_k^*(u_i, v_i)]$ dan \mathbf{I}_p adalah matriks Identitas berukuran $p \times p$.

Misal $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ adalah elemen-elemen dari vektor $\hat{\beta}(u_i, v_i)$, maka berdasarkan persamaan (4.27) berlaku :

$$\frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i) - E(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))} \xrightarrow{d} N(0, 1) \quad (4.28)$$

dengan $SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))$ adalah seperti persamaan (4.25). Karena $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ adalah estimator tak bias dan berdasarkan hipotesis nol bahwa $\beta_k(u_i, v_i) = 0$, maka $E(\hat{\beta}_k(u_i, v_i)) = \beta_k(u_i, v_i) = 0$, sehingga dari persamaan (4.28) diperoleh :

$$Z = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i) - E(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))} \sim N(0, 1). \quad (4.29)$$

Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

Algoritma Pengujian parameter model GWOLR secara parsial adalah sebagai berikut :

INPUT $\hat{\theta}(u_i, v_i), \mathbf{H}(\hat{\theta}(u_i, v_i))$

OUTPUT Statistik uji parsial model GWOLR

Langkah 1 Menghitung $SE(\hat{\theta}(u_i, v_i)) = \sqrt{\text{diag}\left(-\left[H(\hat{\theta}(u_i, v_i))\right]^{-1}\right)}$

Langkah 2 Menghitung statistik uji $Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}$

STOP

4.2 Analisis Rata-rata Umur Kawin Pertama Wanita di Propinsi Jawa Timur Tahun 2012 serta Faktor-faktor yang Mempengaruhinya

Dalam penelitian ini, model GWOLR diaplikasikan pada kasus rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012. Sebelum melakukan analisis model GWOLR, terlebih dahulu dilakukan analisis diskriptif terhadap rata-rata UKP wanita sebagai berikut :

Tabel 4.1 Statistik Diskriptif Variabel Respon (Rata-rata UKP Wanita)

Kategori	<i>n</i>	Persentase
<i>Child Marriage</i>	5	13,16
<i>Early Marriage</i>	14	36,84
<i>Marriage at Maturity</i>	16	42,11
<i>Late Marriage</i>	3	7,89
Total	38	100

Rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur merupakan variabel respon yang terdiri dari empat kategori. Berdasarkan Tabel 4.1 terlihat bahwa pada tahun 2012 terdapat 16 kabupaten/kota yang memiliki rata-rata UKP wanita pada kategori *marriage at maturity* atau pernikahan pada usia dewasa dan 3 kabupaten/kota memiliki rata-rata UKP wanita pada kategori *late marriage*. Namun terdapat 5 kabupaten/kota pada kategori *child marriage* atau perkawinan usia anak-anak dan 14 kabupaten/kota pada kategori *early marriage* atau usia perkawinan dini. Bondowoso merupakan kabupaten yang memiliki rata-rata UKP wanita terendah, sedangkan Kota Madiun memiliki rata-rata UKP wanita tertinggi pada tahun 2012.

Selain analisis diskriptif variabel rata-rata UKP wanita, juga dilakukan analisis terhadap variabel-variabel prediktor yang diduga mempengaruhi rata-rata

UKP wanita di Propinsi Jawa Timur. Hasil statistik diskriptif dari masing-masing variabel prediktor disajikan sebagai berikut.

Tabel 4.2 Statistik Diskriptif Variabel Prediktor

Variabel	N	Mean	StDev	Minimum	Maximum
X ₁	38	49,240	30,540	0,000	87,340
X ₂	38	7,165	1,641	3,665	10,607
X ₃	38	40,620	8,150	7,510	56,440
X ₄	38	13,078	5,545	4,450	27,870
X ₅	38	27148	43783	7717	273327
X ₆	38	0,320	0,050	0,240	0,480

Berdasarkan Tabel 4.2, rata-rata persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan (X₁) adalah 49,240%. Persentase terendah adalah 0% yaitu terdapat di semua Kota di Propinsi Jawa Timur kecuali Kota Batu, sedangkan persentase tertinggi sebesar 87,34% terdapat di Kabupaten Sampang. Rata-rata lama sekolah wanita (X₂) adalah 7,165 tahun dengan nilai terendah sebesar 3,665 tahun yang terdapat di Kabupaten Sampang, sedangkan nilai tertinggi terdapat di Kota Malang, yaitu sebesar 10,607. Rata-rata persentase penduduk wanita berusia 15 tahun ke atas yang bekerja (X₃) adalah 40,620%. Kota Batu merupakan wilayah yang memiliki persentase terendah yaitu 7,510%, sedangkan Kabupaten Pacitan memiliki persentase tertinggi yaitu 56,440%.

Rata-rata persentase penduduk miskin (X₄) adalah 13,078%, dengan persentase terendah sebesar 4,450% yang terdapat di Kota Batu, sedangkan persentase tertinggi terdapat di Kabupaten Sampang yaitu sebesar 27,870%. Rata-rata pendapatan perkapita (X₅) adalah 27,148 juta, dimana Kabupaten Pacitan merupakan Kabupaten dengan pendapatan perkapita terendah yaitu 7,717 juta, sedangkan Kota Kediri memiliki pendapatan perkapita tertinggi yaitu 273,327 juta. Rata-rata *gini ratio* adalah 0,320, dimana Kabupaten Pamekasan memiliki *gini ratio* (X₆) terendah yaitu 0,240, sedangkan Kota Malang memiliki *gini ratio* tertinggi yaitu 0,480.

Variabel prediktor X_7 atau pembagian daerah tapal kuda bersifat kategori sehingga tidak dimasukkan dalam Tabel 4.2. Propinsi Jawa Timur memiliki 11 kabupaten atau sebesar 28,95% yang termasuk dalam wilayah tapal kuda.

4.2.1 Pemodelan Regresi Logistik Ordinal

Langkah awal yang dilakukan sebelum melakukan pemodelan regresi logistik ordinal adalah melakukan uji kolineritas untuk mengetahui apakah variabel-variabel prediktor saling berkorelasi. Pengujian kolinearitas menggunakan nilai VIF pada variabel-variabel prediktor. Nilai VIF dihitung berdasarkan nilai koefisien determinasi R^2 . Semakin tinggi nilai R^2 menunjukkan semakin kuat hubungan linier antar variabel prediktor. Oleh karena itu, nilai VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya kolinieritas antar variabel prediktor.

Nilai koefisien determinasi untuk variabel prediktor ke- k (R_k^2) diperoleh dengan cara meregresikan variabel prediktor ke- k (X_k) terhadap variabel-variabel prediktor lainnya (Lampiran IV.a). Nilai VIF untuk masing-masing variabel prediktor adalah :

Tabel 4.3 Nilai VIF Masing-masing Variabel Prediktor

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
VIF	4,386	6,623	1,241	2,849	1,183	1,898

Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat bahwa semua variabel prediktor mempunyai nilai VIF yang lebih kecil dari 10, sehingga dikatakan bahwa antar variabel prediktor tidak saling berkorelasi. Oleh karena itu, variabel-variabel prediktor tersebut dapat digunakan dalam pembentukan model regresi logistik ordinal.

Data yang digunakan dalam penelitian ini memiliki perbedaan satuan sehingga perlu dilakukan standarisasi terhadap variabel-variabel prediktor (Z_k). Sebelum dilakukan analisis regresi logistik ordinal multivariabel, maka perlu dilakukan pemilihan variabel prediktor yang berpengaruh signifikan secara

individu terhadap variabel respon dengan cara meregresikan tiap-tiap variabel prediktor terhadap variabel respon. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, 7$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji Wald seperti pada persamaan (2.1). Keputusan tolak H_0 jika nilai $|W_k| > z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

Hasil regresi logistik ordinal univariabel yang diperoleh dengan menggunakan software MINITAB adalah sebagai berikut :

Tabel 4.4 Hasil Regresi Logistik Ordinal Univariabel

Variabel	Estimator	SE	Wald	<i>p-value</i>
Z₁	1,710	0,497	3,440	0,001*
Z₂	-4,767	1,276	-3,730	0,000*
Z₃	0,650	0,328	1,980	0,048*
Z₄	2,245	0,543	4,140	0,000*
Z₅	-0,437	0,327	-1,340	0,181
Z₆	-1,874	0,500	-3,750	0,000*
X₇	21,849	4829,690	0,000	0,996

* : Variabel signifikan

Bedasarkan Tabel 4.4, apabila digunakan taraf signifikansi $\alpha = 10\%$ maka variabel Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_6 memiliki $p\text{-value} < \alpha$ sehingga disimpulkan bahwa variabel-variabel tersebut secara univariabel berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur. Sedangkan variabel Z_5 dan X_7 memiliki $p\text{-value} > \alpha$ sehingga dapat dikatakan bahwa variabel-variabel tersebut tidak berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita.

Selanjutnya variabel-variabel prediktor yang signifikan pada pengujian secara univariabel digunakan untuk membentuk model regresi logistik ordinal multivariabel. Pengujian secara serentak dilakukan untuk memeriksa peran koefisien β secara serentak. Hipotesis yang digunakan dalam uji serentak adalah :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k \neq 0, \quad k=1,2,3,4,6$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji rasio *likelihood*, dimana G^2 dihitung berdasarkan persamaan (2.9). Keputusan tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(0.10;6)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Berdasarkan pengolahan data menggunakan MATLAB, nilai $G^2 = 59,413$ dengan $p\text{-value} = 0,000 < \alpha$ sehingga H_0 ditolak atau variabel prediktor signifikan secara serentak terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012. Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian secara parsial untuk mengetahui variabel yang berpengaruh signifikan secara parsial. Hipotesis yang digunakan dalam uji parsial adalah :

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0, \quad k=1,2,3,4,6$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik Wald seperti pada persamaan (2.10). Keputusan tolak H_0 jika nilai $|W_k| > Z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Hasil uji parsial regresi logistik ordinal multivariabel yang diperoleh dengan menggunakan software MATLAB adalah sebagai berikut :

Tabel 4.5 Uji Parsial Regresi Logistik Ordinal

Parameter	Estimator	SE	Wald	p-value
$\hat{\alpha}_1$	-8,861	3,028	-2,927	0,003
$\hat{\alpha}_2$	0,331	0,765	0,433	0,665
$\hat{\alpha}_3$	9,668	2,989	3,235	0,001
\hat{Z}_1	4,052	1,813	2,235	0,025*
\hat{Z}_2	8,673	3,088	2,809	0,005*
\hat{Z}_3	-0,758	0,696	-1,089	0,276
\hat{Z}_4	-1,156	0,953	-1,213	0,225
\hat{Z}_6	0,388	0,737	0,527	0,598

* : Variabel prediktor signifikan

Berdasarkan Tabel 4.5, apabila digunakan taraf signifikansi $\alpha = 10\%$ maka tidak semua variabel prediktor signifikan terhadap model. Variabel prediktor yang signifikan adalah Z_1 dan Z_2 karena $p\text{-value} < \alpha$.

Selanjutnya, untuk mendapatkan model logit, maka variabel dalam bentuk standar (variabel Z) ditransformasi ke variabel asal (X) sehingga diperoleh model logit sebagai berikut :

$$g_1(x) = \text{logit}[\hat{P}(Y \leq 1 | \mathbf{x})] = 31,519 + 0,133X_1 + 5,285X_2 - 0,093X_3 - 0,208X_4 + 7,768X_6$$

$$g_2(x) = \text{logit}[\hat{P}(Y \leq 2 | \mathbf{x})] = 40,711 + 0,133X_1 + 5,285X_2 - 0,093X_3 - 0,208X_4 + 7,768X_6$$

$$g_3(x) = \text{logit}[\hat{P}(Y \leq 3 | \mathbf{x})] = 50,049 + 0,133X_1 + 5,285X_2 - 0,093X_3 - 0,208X_4 + 7,768X_6$$

Berdasarkan model logit, setiap kenaikan persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan (X_1) sebesar 10%, maka suatu daerah dari status *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage* beresiko 4 kali ($e^{10 \times 0,133} = 3,781 \approx 4$) akan menjadi daerah yang berstatus *child marriage*. Selain itu, setiap kenaikan rata-rata lama sekolah wanita (X_2) sebesar 0,1 tahun, maka suatu daerah dari status *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage* beresiko 2 kali ($e^{0,1 \times 5,285} = 1,696 \approx 2$) akan menjadi daerah yang berstatus *child marriage*.

Setelah diperoleh model logit, maka peluang tiap-tiap kategori variabel respon dapat dihitung sebagai berikut :

Misal $X_1 = 85,40$, $X_2 = 6,54$, $X_3 = 56,44$, $X_4 = 17,22$, $X_6 = 0,31$ maka:

1. $\hat{\pi}_1(x) = 0,01$. Hal ini berarti bahwa peluang suatu kabupaten/kota untuk tergolong dalam daerah yang penduduk wanitanya rata-rata berstatus *child marriage* adalah 1%
2. $\hat{\pi}_2(x) = 0,93$. Hal ini berarti bahwa peluang suatu kabupaten/kota untuk tergolong dalam daerah yang penduduk wanitanya rata-rata berstatus *early marriage* adalah 93%.

3. $\hat{\pi}_3(x) = 0,06$. Hal ini berarti bahwa peluang suatu kabupaten/kota untuk tergolong dalam daerah yang penduduk wanitanya rata-rata berstatus *marriage at maturity* adalah 6%.
4. $\hat{\pi}_4(x) = 0,00$. Hal ini berarti bahwa peluang suatu kabupaten/kota untuk tergolong dalam daerah yang penduduk wanitanya rata-rata berstatus *late marriage* adalah 0%.

Berdasarkan perhitungan peluang tiap-tiap kategori, diperoleh hasil prediksi rata-rata UKP wanita sehingga kebenaran model logit dapat dilihat berdasarkan hasil pengklasifikasian antara prediksi dan observasi pada Lampiran IV.e. Setelah mendapatkan prediksi rata-rata UKP wanita berdasarkan model regresi logistik ordinal, kemudian menghitung persentase ketepatan klasifikasinya sebagai berikut :

Tabel 4.6 Ketepatan Klasifikasi Rata-Rata UKP Wanita Berdasarkan Model Regresi Logistik Ordinal

Observasi	Prediksi				Persentase Ketepatan
	Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3	Kategori 4	
Kategori 1	4	1	-	-	80,00
Kategori 2	1	11	2	-	78,57
Kategori 3	-	3	13	-	82,35
Kategori 4	1	-	-	2	66,67
	Total				78,95

Ketepatan klasifikasi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 berdasarkan model regresi logistik ordinal adalah 78,95%.

4.2.2 Pemodelan GWOLR

Dalam penelitian ini, langkah pertama yang dilakukan dalam membentuk model GWOLR adalah menentukan letak geografis berdasarkan garis Lintang Selatan dan garis Bujur Timur kantor bupati atau wali kota untuk masing-masing kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur (Lampiran I), kemudian menghitung jarak *Eucliden* antara lokasi ke- i terhadap lokasi ke- j . Langkah selanjutnya adalah menentukan *bandwidth* optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Setelah mendapatkan jarak *Eucliden* dan *bandwidth* optimum, maka selanjutnya adalah mendapatkan pembobot.

Misal pembobot di lokasi (u_1, v_1) adalah $w(u_1, v_1)$, maka untuk mendapatkan pembobot $w(u_1, v_1)$ dilakukan dengan cara mensubstitusi jarak *Eucliden* dan *bandwidth* optimum ke dalam fungsi pembobot. Pembobot yang diperoleh kemudian digunakan untuk menaksir parameter di lokasi (u_1, v_1) , sedangkan untuk menaksir parameter di lokasi (u_2, v_2) maka perlu dicari terlebih dahulu pembobot $w(u_2, v_2)$ dengan cara yang sama seperti mencari $w(u_1, v_1)$. Perhitungan pembobot tersebut dilakukan sampai lokasi yang terakhir, yaitu $w(u_{38}, v_{38})$. Nilai *bandwidth* untuk masing-masing pembobot dapat dilihat pada Lampiran VI.a.1 sampai VI.a.4. Ringkasan nilai *bandwidth* dan CV dengan masing-masing pembobot adalah sebagai berikut :

Tabel 4.7 Hasil CV Model GWOLR dengan Fungsi Pembobot Berbeda

Statistik	Pembobot			
	<i>Gaussian</i>	<i>Exponential</i>	<i>Bisquare*</i>	<i>Tricube</i>
<i>Bandwidth</i>	9,840	10,441	13,357	11,192
CV	16,550	16,581	16,507	16,589

*) Pembobot terbaik

Berdasarkan Tabel 4.7, *bandwidth* optimum diperoleh dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *bisquare* karena memiliki nilai CV terkecil. Oleh karena itu, dalam penelitian ini model GWOLR yang digunakan adalah model GWOLR dengan pembobot fungsi Kernel *bisquare*. Setelah mendapatkan

pembobot untuk masing-masing lokasi penelitian, langkah selanjutnya adalah menaksir parameter model GWOLR dengan menggunakan iterasi Newton-Raphson. Ringkasan statistik dari parameter model GWOLR disajikan pada tabel sebagai berikut :

Tabel 4.8 Ringkasan Statistik Parameter Model GWOLR

Parameter	Min	Max	Range	Mean	StDev
$\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$	-9,866	-8,950	0,916	-9,154	0,170
$\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$	0,202	0,667	0,465	0,352	0,104
$\hat{\alpha}_3(u_i, v_i)$	9,570	11,040	1,470	9,946	0,309
$\hat{\beta}_1(u_i, v_i)$	3,923	4,465	0,542	4,078	0,108
$\hat{\beta}_2(u_i, v_i)$	8,343	10,138	1,795	8,855	0,393
$\hat{\beta}_3(u_i, v_i)$	-0,890	-0,618	0,272	-0,737	0,066
$\hat{\beta}_4(u_i, v_i)$	-1,390	-0,970	0,420	-1,167	0,103
$\hat{\beta}_6(u_i, v_i)$	0,367	0,465	0,098	0,422	0,024

4.2.2.1 Pengujian Kesamaan Model Regresi Logistik Ordinal dan GWOLR

Pengujian kesamaan model regresi logistik ordinal dengan model GWOLR bertujuan untuk menguji signifikansi dari faktor geografis. Bentuk hipotesisnya adalah sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k; \quad i = 1, 2, \dots, 38; \quad k = 1, 2, 3, 4, 6$$

(tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal)

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$$

(ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal)

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji F . Berdasarkan hasil pengolahan data pada Lampiran IV.d dan VI.a.3 diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel 4.9 Uji Kesamaan Model Regresi Logistik Ordinal dan GWOLR

Model	Devians	df	Devians/df	F_{hitung}	$p-value$
OR	31,741	106,000	0,299	1,524	0,012
GWOLR	24,718	125,817	0,196		

Berdasarkan Tabel 4.9 diperoleh $p-value$ sebesar 0,012. Apabila digunakan taraf signifikansi α sebesar 10% maka diperoleh keputusan tolak H_0 karena $p-value < \alpha$. Sehingga disimpulkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara model GWOLR dan model regresi logistik ordinal atau faktor geografis berpengaruh signifikan.

4.2.2.2 Pengujian Parameter Model GWOLR secara Serentak

Pengujian secara serentak terhadap parameter dalam model GWOLR dilakukan untuk menguji signifikansi parameter $\beta_k(u_i, v_i)$ secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_7(u_i, v_i) = 0; \quad k = 1, 2, 3, 4, 6$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji G^2 . Berdasarkan hasil pengolahan data pada Lampiran VI.a.3, nilai $G^2 = 59,436$ dengan $p-value = 0,001$. Jika digunakan $\alpha = 10\%$ maka H_0 ditolak yang berarti bahwa minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

4.2.2.3 Pengujian Parameter Model GWOLR secara Parsial

Pengujian parameter model secara parsial bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur di setiap lokasi (u_i, v_i) . Misal kita akan menguji apakah parameter β_k berpengaruh signifikan di lokasi pertama (u_1, v_1) yaitu Kabupaten Pacitan, maka bentuk hipotesisnya adalah :

$$H_0 : \beta_k(u_1, v_1) = 0; \quad k = 1, 2, 3, 4, 6$$

$$H_1 : \beta_k(u_1, v_1) \neq 0$$

Berdasarkan Lampiran VI.a.3, diperoleh hasil berikut:

Tabel 4.10 Pengujian Parameter Model GWOLR di Kabupaten Pacitan

Parameter	Estimator	SE	Z_{hitung}	p -value
$\hat{\alpha}_1(u_1, v_1)$	-9,2341	0,223	-2,4334	0,0150
$\hat{\alpha}_2(u_1, v_1)$	0,2799	0,865	0,2518	0,8012
$\hat{\alpha}_3(u_1, v_1)$	9,9582	3,106	2,8312	0,0046
$\hat{\beta}_1(u_1, v_1)$	-0,3218	1,982	-0,2748	0,7835
$\hat{\beta}_2(u_1, v_1)$	4,2499	3,110	1,7364	0,0825*
$\hat{\beta}_3(u_1, v_1)$	9,1291	0,740	2,292	0,0219*
$\hat{\beta}_4(u_1, v_1)$	-0,6998	1,057	-0,7571	0,4490
$\hat{\beta}_6(u_1, v_1)$	0,4794	0,223	0,5993	0,5490

*) signifikan pada $\alpha = 10\%$

Jika digunakan taraf signifikansi $\alpha = 10\%$ maka terdapat 2 parameter yang signifikan yaitu X_2 dan X_3 . Jadi, variabel X_2 dan X_3 berpengaruh signifikan baik pada pengujian parameter secara serentak maupun parsial.

4.2.2.4 Perbandingan Model Regresi Logistik Ordinal dan Model GWOLR serta Pemilihan Model GWOLR Terbaik

Perbandingan model regresi logistik ordinal (OR) dan model GWOLR dilakukan dengan membandingkan nilai AIC terkecil sebagai berikut :

Tabel 4.11 Perbandingan Model Regresi Logistik Ordinal dan Model GWOLR

Model	Devians	AIC
OR	31,741	47,741
GWOLR	24,718	41,544*

Berdasarkan Tabel 4.11, model GWOLR memiliki nilai AIC lebih kecil dibandingkan model regresi logistik ordinal (OR). Oleh karena itu, akan dilakukan pemilihan model GWOLR terbaik berdasarkan nilai AIC terkecil dari semua kombinasi model GWOLR, dimulai dari model lengkap dengan 5 variabel prediktor sampai dengan model yang hanya memiliki 1 variabel prediktor. Banyaknya kombinasi model GWOLR yang terbentuk adalah 30 model. Nilai devians dan AIC dari semua model dapat dilihat pada Lampiran VI.b. Ringkasan perbandingan model GWOLR terbaik disajikan pada tabel sebagai berikut:

Tabel 4.12 Ringkasan Perbandingan Model GWOLR

No	Variabel dalam Model	Devians	AIC
1	X_1, X_2, X_3, X_4, X_5	31,741	47,741
2	X_1, X_2, X_3, X_4	25,028	39,804
3	X_1, X_2, X_4	26,282	38,912*
4	X_1, X_2	28,763	39,355
5	X_2	35,502	44,075

*) Model GWOLR Terbaik

Berdasarkan Tabel 4.12, dapat disimpulkan bahwa model GWOLR dengan variabel prediktor X_1, X_2, X_4 merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC terkecil. Jika model ini dibandingkan dengan regresi global (regresi logistik ordinal dengan variabel prediktor X_1, X_2 dan X_4) seperti pada Lampiran VI.c.2, model GWOLR tetap lebih baik karena memiliki nilai AIC yang lebih kecil. Pada regresi global, variabel yang signifikan secara parsial adalah X_1 dan X_2 .

Selanjutnya, model GWOLR terbaik diuji signifikansi parameternya secara serentak dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \beta_3(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji $G^2 = 57,872$ dengan $p\text{-value} = 0,003$. Karena $p\text{-value} < \alpha$ maka diputuskan tolak H_0 yang berarti minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012.

Selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter secara parsial untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur di setiap lokasi (u_i, v_i) . Hipotesisnya adalah :

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0; \quad k = 1, 2, 4$$

$$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

Berdasarkan Lampiran VI.d, diperoleh hasil berikut:

Tabel 4.13 Variabel Prediktor yang Signifikan Pada Uji Parsial

Kabupaten/kota	Variabel yang Signifikan		
	X ₁	X ₂	X ₄
Kediri, Malang, Lumajang, Jember, Bondowoso, Situbondo, Probolinggo, Pasuruan, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Bojonegoro, Tuban, Lamongan, Gresik, Kota Kediri, Kota Malang, Kota Probolinggo, Kota Pasuruan, Kota Mojokerto, Kota Surabaya, Kota Batu	v	v	
Pacitan, Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Madiun, Magetan, Ngawi, Bangkalan, Sampang, Pamekasan, Sumenep, Kota Blitar, Kota Madiun	v	v	v

Model logit yang terbentuk pada masing-masing kabupaten/kota berbeda-beda. Misal diambil 3 kabupaten/kota untuk interpretasi model sebagai berikut :

a. Kabupaten Bondowoso

Model logit rata-rata UKP wanita di Kabupaten Bondowoso berdasarkan Lampiran VI.d setelah variabel Z ditransformasi ke variabel asal X adalah :

$$g_1(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 1 | x) \right] = 31,952 + 0,119X_1 + 5,396X_2 - 0,219X_4$$

$$g_2(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 2 | x) \right] = 42,131 + 0,119X_1 + 5,396X_2 - 0,219X_4$$

$$g_3(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 3 | x) \right] = 51,725 + 0,119X_1 + 5,396X_2 - 0,219X_4$$

Berdasarkan model logit, setiap kenaikan persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan (X_1) sebesar 10%, maka Kabupaten Bondowoso beresiko 3 kali ($e^{10 \times 0,119} = 3,06 \approx 3$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*. Selain itu, setiap kenaikan rata-rata lama sekolah wanita (X_2) sebesar 1 tahun, maka Kabupaten Bondowoso beresiko 2 kali ($e^{0,1 \times 5,396} = 1,71 \approx 2$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*.

Setelah diperoleh model logit, maka Kabupaten Bondowoso ($X_1 = 66,27$, $X_2 = 5,28$, $X_4 = 22,14$) memiliki peluang terbesar pada kategori pertama yaitu $\hat{\pi}_1(x) = 0,628$ sehingga Kabupaten Bondowoso tergolong kategori *child marriage*.

b. Kabupaten Pacitan

Model logit rata-rata UKP wanita di Kabupaten Pacitan berdasarkan Lampiran VI.d setelah variabel Z ditransformasi ke variabel asal X adalah :

$$g_1(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 1 | x) \right] = 26,252 + 0,102X_1 + 4,557X_2 - 0,262X_4$$

$$g_2(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 2 | x) \right] = 34,407 + 0,102X_1 + 4,557X_2 - 0,262X_4$$

$$g_3(x) = \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 3 | x) \right] = 43,222 + 0,102X_1 + 4,557X_2 - 0,262X_4$$

Berdasarkan model logit, setiap kenaikan persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan (X_1) sebesar 10%, maka Kabupaten Pacitan beresiko

3 kali ($e^{10 \times 0,102} = 2,773 \approx 3$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*. Selain itu, setiap kenaikan rata-rata lama sekolah wanita (X_2) sebesar 0,1 tahun, maka Kabupaten Pacitan beresiko 2 kali ($e^{0,1 \times 4,557} = 1.577 \approx 2$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*. Setiap kenaikan persentase penduduk miskin (X_4) sebesar 10%, Kabupaten Pacitan beresiko 0,073 kali ($e^{10 \times (-0.262)} = 0.073$) untuk menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*.

Setelah diperoleh model logit, maka Kabupaten Pacitan ($X_1 = 85,40$, $X_2 = 6,54$, $X_4 = 17,22$) memiliki peluang terbesar pada kategori ketiga yaitu $\hat{\pi}_2(x) = 0,604$ sehingga Kabupaten Pacitan tergolong kategori *early marriage*.

c. Kota Madiun

Model logit rata-rata UKP wanita di Kota Madiun berdasarkan Lampiran VI.d setelah variabel Z ditransformasi ke variabel asal X adalah :

$$\begin{aligned} g_1(x) &= \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 1 | \mathbf{x}) \right] = 26,945 + 0.103X_1 + 4,620X_2 - 0.249X_4 \\ g_2(x) &= \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 2 | \mathbf{x}) \right] = 35,123 + 0.103X_1 + 4,620X_2 - 0.249X_4 \\ g_3(x) &= \text{logit} \left[\hat{P}(Y \leq 3 | \mathbf{x}) \right] = 43,919 + 0.103X_1 + 4,620X_2 - 0.249X_4 \end{aligned}$$

Berdasarkan model logit, setiap kenaikan persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan (X_1) sebesar 10%, maka Kota Madiun beresiko 3 kali ($e^{10 \times 0,103} = 2,801 \approx 3$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*. Selain itu, setiap kenaikan rata-rata lama sekolah wanita (X_2) sebesar 0,1 tahun, maka Kota Madiun beresiko 2 kali ($e^{0,1 \times 4,620} = 1.587 \approx 2$) menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*. Setiap kenaikan persentase penduduk miskin (X_4) sebesar

10%, Kota Madiun beresiko 0,083 kali ($e^{10 \times (-0.249)} = 0.083$) untuk menjadi daerah yang berstatus *child marriage* daripada *early marriage* atau *marriage at maturity* atau *late marriage*.

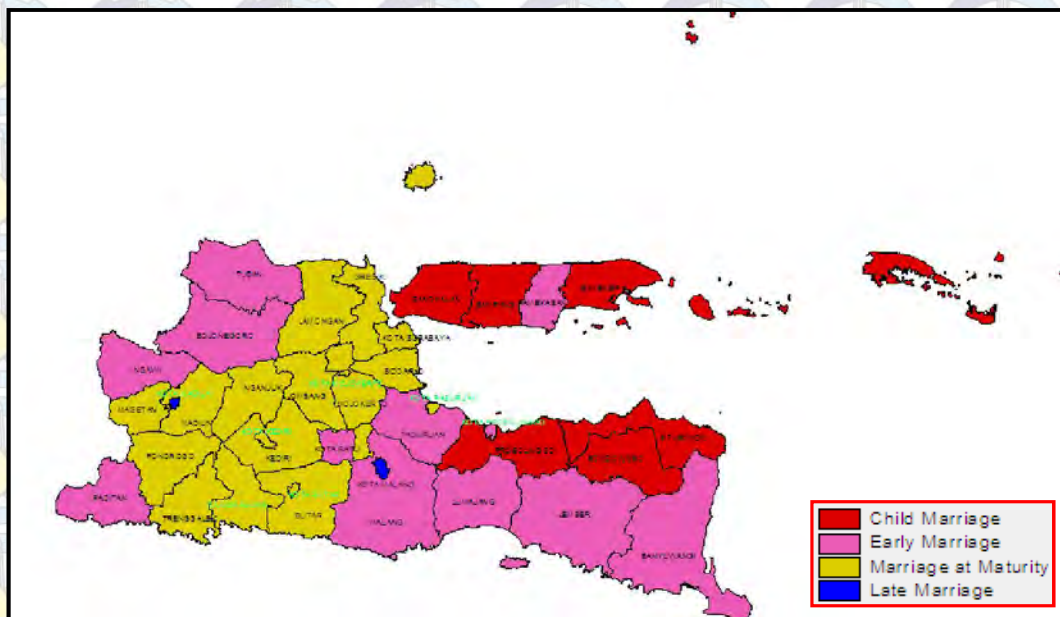
Setelah diperoleh model logit, maka Kota Madiun ($X_1 = 0,00$, $X_2 = 9,99$, $X_4 = 5,35$) memiliki peluang terbesar pada kategori keempat yaitu $\hat{\pi}_4(x) = 0,717$ sehingga Kota Madiun tergolong kategori *late marriage*.

4.3 Pemetaan Kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur Berdasarkan Model GWOLR Terbaik

Pemetaan atau pengelompokkan kabupaten/kota berdasarkan prediksi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur tahun 2012 ditunjukkan sebagai berikut :

Tabel 4.14 Pemetaan Kabupaten/kota Berdasarkan Prediksi Kategori UKP Wanita

Kabupaten/kota	Jumlah	Kategori UKP
Bondowoso, Situbondo, Probolinggo, Bangkalan, Sampang, Sumenep	6	1
Pacitan, Malang, Lumajang, Jember, Banyuwangi, Pasuruan, Ngawi, Bojonegoro, Tuban, Pamekasan, Kota Probolinggo	11	2
Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Kediri, Sidoarjo, Mojokerto, Jombang, Nganjuk, Madiun, Magetan, Lamongan, Gresik, Kota Kediri, Kota Blitar, Kota Pasuruan, Kota Mojokerto, Kota Surabaya, Kota Batu	19	3
Kota Malang, Kota Madiun	2	4



Gambar 1. Pemetaan Rata-rata UKP Wanita Tahun 2012 Berdasarkan Model GWOLR Terbaik

Pada pemetaan rata-rata UKP wanita berdasarkan prediksi model GWOLR terbaik, terdapat 32 kabupaten/kota yang memiliki rata-rata UKP wanita sesuai dengan data, sedangkan 6 kabupaten/kota tidak sesuai dengan data. 6 kabupaten/kota tersebut adalah :

Tabel 4.15 Kabupaten/kota yang Memiliki Perbedaan antara Prediksi Kategori Rata-rata UKP Wanita dengan Observasi (Data)

Kabupaten/Kota	Y_i (Observasi)	\hat{Y}_i (Model GWOLR Terbaik)
Bangkalan	2	1
Trenggalek, Mojokerto, Lamongan	2	3
Ngawi	3	2
Kota Mojokerto	4	3

Setelah mendapatkan prediksi rata-rata UKP wanita berdasarkan model GWOLR terbaik, kemudian menghitung persentase ketepatan klasifikasinya sebagai berikut :

Tabel 4.16 Ketepatan Klasifikasi Rata-Rata UKP Wanita Berdasarkan Model GWOLR Terbaik

Observasi	Prediksi				Persentase Ketepatan
	Kategori 1	Kategori 2	Kategori 3	Kategori 4	
Kategori 1	5	0	0	0	100,000
Kategori 2	1	10	3	0	71,429
Kategori 3	0	1	15	0	93,750
Kategori 4	0	0	1	2	66,667
Total					84,211

Ketepatan klasifikasi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012 berdasarkan model GWOLR terbaik adalah 84,211%.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis* (Second ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Ananto, A. K. P. (2014). *Pemodelan dan Pemetaan Rata-rata Usia Kawin Pertama Wanita dengan Pendekatan Regresi Logistik Ordinal di Propinsi Jawa Timur* (Tugas Akhir), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Atkinson, P. M., German, S. E., Sear, D. A., & Clark, M. J. (2003). Exploring the Relations Between Riverbank Erosion and Geomorphological Controls Using Geographically Weighted Logistic Regression. *Geographical Analysis*, 35.
- BAPPENAS. (2005). *Laporan Perkembangan Tujuan Pembangunan Milenium Indonesia*. Jakarta: BAPPENAS.
- Bidan, M. (2012). Nikah Dini Jadi Tren Remaja Perkotaan *Majalah Bidan*: <http://majalahbidan.com/nikah-dini-jadi-tren-remajaperkotaan>.
- BKKBN. (2013). Hubungan Antara Pengendalian Penduduk dengan Sosial Ekonomi di Propinsi Jawa Timur (Analisis Data Sensus Penduduk 2012, Susenas 2011-2012). Jawa Timur: BKKBN Jatim.
- Bogue, D. J. (1969). *Principles Of Demography*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- BPS. (2010). *Hasil Sensus Penduduk 2010, Data Agregat per Propinsi*. Jakarta: BPS.
- Chasco, C., Garcia, I., & Vicens, J. (2007). Modeling Spatial Variations in Household Disposable Income with Geographically Weighted Regression. *Munich Personal RePEc Archive, Paper No. 1682*.
- Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regression*. UK: John Wiley & Sons.
- Hocking, R. (1996). *An Application of Linear Models*. New York: John Wiley & Sons.

- Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression*. New York: John Wiley & Sons.
- Imawati, A. (2012). *Analisis Regresi Logistik Biner pada FaktorFaktor yang Mempengaruhi Wanita Menikah Muda di Propinsi Jawa Timur (Study Kasus di Kabupaten Probolinggo, Bondowoso, Situbondo dan Sumenep)*. (Tugas Akhir), Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Lehrer E. L., dan Chen Y. (2013). Delayed Entry into First Marriage and Marital Stability: Further Evidence on the Becker-Landes-Michael hypothesis. *Demographic Research*, 29(20), 521-542.
- Mantra, I. B. (2000). *Demografi Umum*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- McCullagh, & Nelder. (1989). *Generalized Linear Models* (Second ed.). London: Chapman & Hall.
- Mei, C. L., Wang, N., & Zhang, W. X. (2006). Testing the Importance of The Explanatory Variables in A Mixed Geographically Weighted Regression Model. *Environment and Planning*, 38, 587-598.
- Miller, H. J. (2004). Tobler's First Law and Spatial Analysis. *Annals of the Association of America Geographers*, 94(2), 284-289.
- Nekaya, T., Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2005). Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association. *Mapping Statistics in Medicine*, 24(17), 2695-2717.
- PKPP. (2012). *Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Usia Kawin Pertama pada Perempuan di Indonesia*. Jakarta: Tim Implementasi PKPP 2012 Kementerian Riset dan Teknologi Republik Indonesia.
- Rafidah, Emilia, O., & Wahyuni, B. (2009). Faktor-faktor yang Berhubungan dengan Pernikahan Usia Dini. *Berita Kedokteran Masyarakat*, 25(2).
- Sriudiyani, I. A., & Soebijanto. (2011). Perkawinan Muda Dikalangan Perempuan : Mengapa...? *Pusat Penelitian dan Pengembangan Kependudukan BKKBN*, 1, 6.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Model GWOLR digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon berskala ordinal dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi geografis dimana data tersebut diamati. Estimasi parameter model GWOLR menggunakan MLE terboboti, yaitu membentuk fungsi *likelihood* dan melakukan transformasi *ln* serta menambahkan matriks pembobot geografis, melakukan turunan parsial pertama dan kedua, kemudian melakukan iterasi Newron-Raphson. Pengujian kesamaan model GWOLR dengan model regresi logistik ordinal didekati dengan distribusi F yang diperoleh dengan membandingkan nilai devians model regresi logistik ordinal dan model GWOLR. Devians model regresi logistik ordinal dihitung berdasarkan nilai maksimum *likelihood* di bawah H_0 , $L(\hat{\omega})$, sedangkan devians untuk model GWOLR dihitung berdasarkan nilai maksimum *likelihood* di bawah populasi, $L(\hat{\Omega})$. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{(\alpha; df_1; df_2)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Sementara itu, statistik uji yang digunakan dalam pengujian signifikansi parameter model GWOLR secara serentak adalah ukuran *likelihood ratio test* (LRT). Langkah awal untuk membentuk LRT adalah menentukan himpunan parameter di bawah populasi (Ω), dengan fungsi *likelihood* $L(\hat{\Omega})$ dan *ln-likelihood* terboboti $\ln L(\hat{\Omega})$. Himpunan parameter di bawah H_0 ($\hat{\omega}$), dengan fungsi *likelihood* $L(\hat{\omega})$ dan *ln-likelihood* terboboti $\ln L(\hat{\omega})$. Selanjutnya $\ln L(\hat{\Omega})$ dan $\ln L(\hat{\omega})$ dimaksimumkan dengan cara melakukan turunan parsial pertama dan kedua, kemudian melakukan iterasi Newron-Raphson untuk

masing-masing fungsi *ln-likelihood* terboboti. Rasio antara $L(\hat{\Omega})$ dan $L(\hat{\omega})$ disimbolkan dengan G^2 , disebut juga sebagai statistik rasio *likelihood* yang merupakan devians model GWOLR dan secara asimtotik berdistribusi *Chi-Square* (χ^2) dengan derajat bebas df . Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(\alpha;df)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Sedangkan uji signifikansi parameter model GWOLR secara parsial menggunakan uji Z.

2. Model GWOLR dengan 3 variabel prediktor yaitu persentase wanita yang tinggal di pedesaan (X_1), rata-rata lama sekolah wanita (X_2) dan persentase penduduk miskin (X_3) merupakan model GWOLR terbaik karena memiliki nilai AIC terkecil. Persentase penduduk wanita yang tinggal di pedesaan dan rata-rata lama sekolah wanita berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita pada semua kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012. Sementara itu, di Kabupaten Pacitan, Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Madiun, Magetan, Ngawi, Bangkalan, Sampang, Pamekasan, Sumenep, Kota Blitar dan Kota Madiun, persentase penduduk miskin juga berpengaruh signifikan terhadap rata-rata UKP wanita.
3. Berdasarkan pemetaan rata-rata UKP wanita berdasarkan prediksi model GWOLR terbaik, terdapat 32 kabupaten/kota yang memiliki rata-rata UKP wanita sesuai dengan data, sedangkan 6 kabupaten/kota tidak sesuai dengan data, sehingga persentase ketepatan klasifikasinya sebesar 84,211%.

5.2 Saran

Berdasarkan analisis faktor-faktor yang mempengaruhi rata-rata UKP wanita di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2012, diharapkan kepada pemerintah pada setiap kabupaten/kota di Propinsi Jawa Timur agar memperhatikan kesejahteraan wanita yang tinggal di pedesaan serta mendorong masyarakat khususnya wanita agar memiliki pendidikan yang tinggi. Selain kedua faktor tersebut, diharapkan kepada pemerintah Kabupaten Pacitan, Ponorogo, Trenggalek, Tulungagung, Blitar, Madiun, Magetan, Ngawi, Bangkalan, Sampang, Pamekasan, Sumenep, Kota Blitar dan Kota Madiun, agar berusaha mengurangi jumlah penduduk miskin.

Lampiran I. Data Penelitian

No	Kab/Kota	Y		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	u	v
1	Pacitan	19,70	2	85,40	6,54	56,44	17,22	7716,54	0,31	1	8,11	111,06
2	Ponorogo	20,80	3	72,81	6,63	48,32	11,72	11007,35	0,31	1	7,52	111,57
3	Trenggalek	19,67	2	71,38	6,92	51,75	14,15	11044,47	0,32	1	8,02	111,42
4	Tulungagung	20,29	3	54,50	7,67	45,09	9,37	20537,70	0,34	1	8,03	111,53
5	Blitar	20,44	3	62,07	7,04	44,22	10,70	13593,56	0,36	1	8,03	112,00
6	Kediri	20,52	3	54,55	7,34	41,33	13,66	12906,11	0,32	1	7,47	112,03
7	Malang	19,83	2	52,15	6,59	39,62	11,00	16365,24	0,32	1	7,59	112,37
8	Lumajang	18,65	2	72,14	6,11	35,65	12,36	17154,41	0,27	2	8,08	113,13
9	Jember	18,46	2	56,41	5,70	32,61	11,76	13587,19	0,28	2	8,16	113,32
10	Banyuwangi	19,36	2	46,84	6,48	45,31	9,93	19804,48	0,29	2	8,10	114,21
11	Bondowoso	17,49	1	67,68	5,16	40,88	15,75	11801,41	0,30	2	7,54	113,49
12	Situbondo	17,50	1	55,66	5,28	41,32	14,29	15955,68	0,27	2	7,43	113,56
13	Probolinggo	17,70	1	66,27	5,28	47,31	22,14	16898,43	0,30	2	7,57	112,92
14	Pasuruan	19,13	2	56,48	6,24	39,19	11,53	12970,22	0,30	2	7,47	112,74
15	Sidoarjo	21,62	3	8,74	9,49	35,98	6,42	36655,50	0,33	1	7,27	112,42
16	Mojokerto	19,87	2	51,71	7,50	40,40	10,67	22516,05	0,28	1	7,32	112,28
17	Jombang	20,24	3	37,98	7,60	34,89	12,18	14803,17	0,30	1	7,32	112,13
18	Nganjuk	20,22	3	63,75	7,12	35,92	13,17	13498,51	0,38	1	7,36	111,53
19	Madiun	20,81	3	70,74	6,76	41,05	13,65	13122,32	0,34	1	7,34	111,26
20	Magetan	21,04	3	61,27	7,22	48,34	11,45	14891,25	0,33	1	7,39	111,19
21	Ngawi	20,31	3	81,57	6,30	39,25	15,94	11136,72	0,30	1	7,24	111,26
22	Bojonegoro	18,79	2	81,08	6,16	40,37	16,60	24563,57	0,31	1	7,09	111,53
23	Tuban	18,97	2	76,05	6,44	34,92	17,77	21226,17	0,27	1	6,52	112,01
24	Lamongan	19,37	2	79,43	6,97	40,66	16,64	12948,97	0,27	1	7,07	112,24
25	Gresik	20,67	3	40,71	8,56	31,21	14,29	41417,86	0,43	1	7,09	112,24
26	Bangkalan	19,34	2	76,52	5,23	40,29	24,61	10239,98	0,28	2	7,02	112,44
27	Sampang	17,60	1	87,34	3,66	48,60	27,87	7965,28	0,25	2	7,12	113,15
28	Pamekasan	18,13	2	76,82	5,48	52,61	19,53	7776,21	0,24	2	7,10	113,28
29	Sumenep	17,73	1	83,88	4,81	55,40	21,87	13408,03	0,30	2	7,00	113,51
30	Kota Kediri	21,78	3	0,00	9,63	39,94	8,11	273327,15	0,39	1	7,49	112,00
31	Kota Blitar	21,11	3	0,00	9,59	37,82	6,72	19026,20	0,38	1	8,04	112,09
32	Kota Malang	22,06	4	0,00	10,61	38,57	5,19	46161,52	0,48	1	7,58	112,38
33	Kota Probolinggo	19,96	2	9,20	8,05	38,80	18,33	26510,96	0,28	1	7,45	113,12
34	Kota Pasuruan	20,90	3	0,00	8,58	38,41	7,87	17398,94	0,37	1	7,38	112,54
35	Kota Mojokerto	22,07	4	0,00	9,68	39,19	6,46	28859,35	0,30	1	7,28	112,25
36	Kota Madiun	22,48	4	0,00	9,99	36,32	5,35	37133,40	0,35	1	7,37	111,30
37	Kota Surabaya	21,61	3	0,00	9,63	37,90	6,23	94213,18	0,40	1	7,14	112,44
38	Kota Batu	20,02	3	10,11	8,20	7,51	4,45	21499,68	0,32	1	7,51	112,31

Lampiran II. Fungsi *Likelihood*, *ln-likelihood*, Turunan Parsial Pertama dan kedua Regresi Logistik Ordinal ($G = 4$)

Fungsi *likelihood* :

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G (\pi_g(\mathbf{x}_i))^{y_{ig}} = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right]^{y_{ig}}$$

Fungsi *ln-likelihood* jika variabel respon memiliki 4 kategori ($G = 4$), sehingga

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \ln[L(\boldsymbol{\theta})] = \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - \frac{e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right]^{y_{ig}} \right\}$$

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1}(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - (y_{i1} + y_{i2}) \ln(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) - (y_{i2} + y_{i3}) \ln(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + \right. \\ \left. - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \ln(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + y_{i2} \ln(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) + y_{i3} \ln(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}) \right\}$$

Turunan Parsial Pertama *ln-likelihood* Model Regresi Logistik Ordinal

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} = \sum_{i=1}^n \left\{ - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i2} \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3} = \sum_{i=1}^n \left\{ - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i3} \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ y_{i1} + y_{i2} + y_{i3} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \left\{ y_{i1} + y_{i2} + y_{i3} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} - (1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\}$$

Turunan Parsial Kedua *ln-likelihood* Model Regresi Logistik Ordinal ($G = 4$)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3} \right] = \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left[\sum_{i=1}^n \left\{ -(1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} + y_{i3} \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}} \right\} \right] \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right] = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i2} \frac{e^{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right] = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ -(y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - y_{i3} \frac{e^{\alpha_2 + \alpha_3 + 2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} - e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_3 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_3} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right] = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T \left\{ -(1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right] = \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} - (y_{i2} + y_{i3}) \frac{e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} + \right. \\
 &\quad \left. -(1 - y_{i2} - y_{i1}) \frac{e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}}}{(1 + e^{\alpha_3 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}})^2} \right\}
 \end{aligned}$$

Lampiran III.a. Fungsi *ln-likelihood* Terboboti, Turunan Parsial Pertama dan Kedua untuk Model GWOLR

Fungsi *ln-likelihood* terboboti jika variabel respon memiliki 4 kategori ($G = 4$) :

$$\begin{aligned}\ell^* &= \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} \ln \left[\frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + y_{j2} \ln \left[\frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + \right. \\ &\quad \left. y_{j3} \ln \left[\frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] + y_{j4} \ln \left[1 - \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right] \right\} w_j(u_i, v_i) \\ &= \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} (\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) - (y_{j1} + y_{j2}) \ln(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + \right. \\ &\quad - (y_{j2} + y_{j3}) \ln(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \ln(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + \\ &\quad \left. y_{j2} \ln(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) + y_{j3} \ln(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}) \right\} w_j(u_i, v_i)\end{aligned}$$

Turunan Parsial Pertama *ln-likelihood* Terboboti Model GWOLR

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i) \\ \frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + y_{j2} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ &\quad \left. - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i) \\ \frac{\partial \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + y_{j3} \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i) \\ \frac{\partial \ell^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left\{ y_{j1} + y_{j2} + y_{j3} - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ &\quad \left. - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ell^*}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \left\{ y_{j1} + y_{j2} + y_{j3} - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ \left. - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

Turunan Parsial Kedua *ln-likelihood* Terboboti Model GWOLR

$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

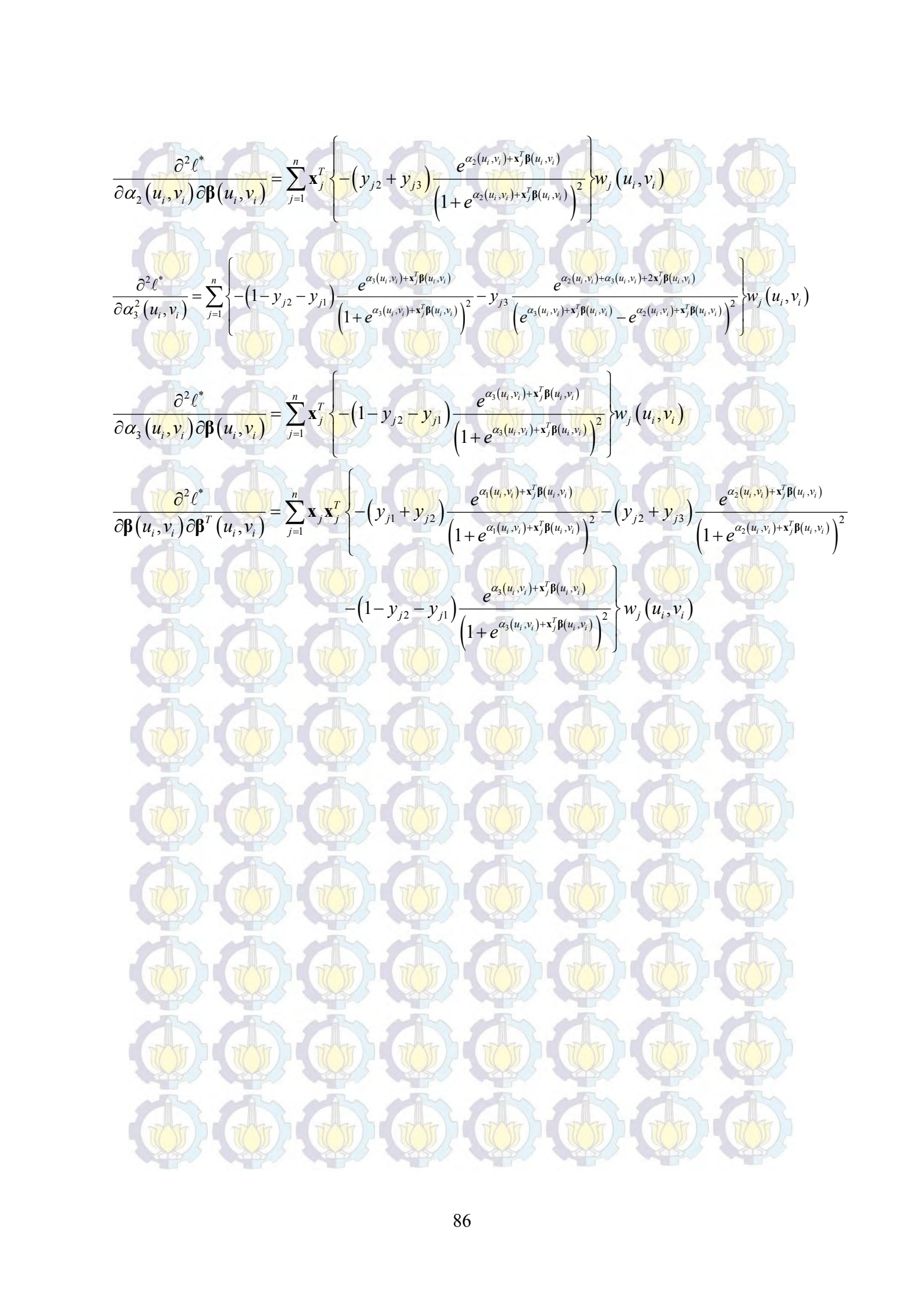
$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} + \right. \\ \left. y_{j3} \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left\{ - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} + \right. \\ \left. - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \alpha_3(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - y_{j3} \frac{e^{2\alpha_3(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$



$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left\{ - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i) \\
\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3^2(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \alpha_3(u_i, v_i) + 2\mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i) \\
\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \alpha_3(u_i, v_i) \partial \beta(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j^T \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i) \\
\frac{\partial^2 \ell^*}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \beta^T(u_i, v_i)} &= \sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^T \left\{ - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} \right. \\
&\quad \left. - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}}{\left(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i) + \mathbf{x}_j^T \beta(u_i, v_i)}\right)^2} \right\} w_j(u_i, v_i)
\end{aligned}$$

Lampiran III.b. Fungsi *likelihood* dan *ln-likelihood* Terboboti, Turunan Parsial Pertama dan Kedua untuk Himpunan Parameter di Bawah H_0

Fungsi *ln-likelihood* terboboti untuk himpunan parameter di bawah H_0 jika variabel respon memiliki 4 kategori ($G = 4$) :

$$\ln L(\omega) = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1}(\alpha_1(u_i, v_i)) - (y_{j1} + y_{j2}) \ln(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}) - (y_{j2} + y_{j3}) \ln(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)}) + \right. \\ \left. - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \ln(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}) + y_{j2} \ln(e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)}) + y_{j3} \ln(e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)}) \right\} w_j(u_i, v_i)$$

Turunan Parsial Pertama *ln-likelihood* Terboboti untuk Himpunan Parameter di Bawah H_0

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j1} - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} + y_{j2} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)}} - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_3(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}} + y_{j3} \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

Turunan Parsial Kedua *ln-likelihood* Terboboti untuk Himpunan Parameter di Bawah H_0

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_1^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j1} + y_{j2}) \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i)}}{(1 + e^{\alpha_1(u_i, v_i)})^2} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)})^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_2(u_i, v_i)} = \frac{\partial}{\partial \alpha_1(u_i, v_i)} \left[\frac{\partial \ln L(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i)} \right] = \sum_{j=1}^n \left\{ y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)})^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_1(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)}} + y_{j3} \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)}} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_2^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (y_{j2} + y_{j3}) \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i)}}{(1 + e^{\alpha_2(u_i, v_i)})^2} - y_{j2} \frac{e^{\alpha_1(u_i, v_i) + \alpha_2(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_2(u_i, v_i)} - e^{\alpha_1(u_i, v_i)})^2} - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \alpha_3(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)})^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_2(u_i, v_i) \partial \alpha_3(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - y_{j3} \frac{e^{2\alpha_3(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)})^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\omega)}{\partial \alpha_3^2(u_i, v_i)} = \sum_{j=1}^n \left\{ - (1 - y_{j2} - y_{j1}) \frac{e^{\alpha_3(u_i, v_i)}}{(1 + e^{\alpha_3(u_i, v_i)})^2} - y_{j3} \frac{e^{\alpha_2(u_i, v_i) + \alpha_3(u_i, v_i)}}{(e^{\alpha_3(u_i, v_i)} - e^{\alpha_2(u_i, v_i)})^2} \right\} w_j(u_i, v_i)$$

LAMPIRAN IV.a Output Diskriptif Statistik dan Uji Korelasi

Descriptive Statistics: Y

Variable	Y	N	Percent
Y	1	5	13,1579
	2	14	36,8421
	3	16	42,1053
	4	3	7,8947

Descriptive Statistics: X1; X2; X3; X4; X5; X6

Variable	N	Mean	StDev	Minimum	Maximum
X1	38	49,24	30,54	0,00	87,34
X2	38	7,165	1,641	3,665	10,607
X3	38	40,62	8,15	7,51	56,44
X4	38	13,078	5,545	4,450	27,870
X5	38	27148	43783	7717	273327
X6	38	0,32026	0,05038	0,24000	0,48000

Descriptive Statistics: X7

Variable	X8	N	Percent
X7	1	27	71,0526
	2	11	28,9474

Regression Analysis: X1 versus X2; X3; X4; X5; X6

The regression equation is

$$X1 = 106 - 14,8 X2 + 0,592 X3 + 0,335 X4 - 0,000080 X5 + 71,5 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	106,05	31,32	3,39	0,002
X2	-14,790	3,080	-4,80	0,000
X3	0,5921	0,3366	1,76	0,088
X4	0,3352	0,7830	0,43	0,671
X5	-0,00007995	0,00006251	-1,28	0,210
X6	71,48	69,34	1,03	0,310

$$S = 14,5879 \quad R-Sq = 80,3\% \quad R-Sq(adj) = 77,2\%$$

Regression Analysis: X2 versus X1; X3; X4; X5; X6

The regression equation is

$$X2 = 6,52 - 0,0283 X1 + 0,0128 X3 - 0,0878 X4 + 0,000001 X5 + 8,27 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	6,517	1,106	5,89	0,000
X1	-0,028317	0,005897	-4,80	0,000
X3	0,01277	0,01526	0,84	0,409
X4	-0,08775	0,03066	-2,86	0,007
X5	0,00000086	0,00000280	0,31	0,760
X6	8,265	2,716	3,04	0,005

$$S = 0,638309 \quad R-Sq = 86,9\% \quad R-Sq(adj) = 84,9\%$$

LAMPIRAN IV.a (Lanjutan)

Regression Analysis: X3 versus X1; X2; X4; X5; X6

The regression equation is

$$X3 = 11,2 + 0,149 X1 + 1,68 X2 + 0,565 X4 + 0,000017 X5 + 6,8 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	11,22	18,20	0,62	0,542
X1	0,14890	0,08465	1,76	0,088
X2	1,678	2,004	0,84	0,409
X4	0,5653	0,3809	1,48	0,148
X5	0,00001703	0,00003200	0,53	0,598
X6	6,82	35,33	0,19	0,848

$$S = 7,31572 \quad R\text{-Sq} = 30,3\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 19,4\%$$

Regression Analysis: X4 versus X1; X2; X3; X5; X6

The regression equation is

$$X4 = 24,7 + 0,0170 X1 - 2,32 X2 + 0,114 X3 + 0,000010 X5 - 2,2 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	24,695	6,963	3,55	0,001
X1	0,01699	0,03968	0,43	0,671
X2	-2,3230	0,8116	-2,86	0,007
X3	0,11392	0,07676	1,48	0,148
X5	0,00000999	0,00001432	0,70	0,490
X6	-2,21	15,86	-0,14	0,890

$$S = 3,28417 \quad R\text{-Sq} = 69,7\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 64,9\%$$

Regression Analysis: X5 versus X1; X2; X3; X4; X6

The regression equation is

$$X5 = -64751 - 608 X1 + 3426 X2 + 515 X3 + 1499 X4 + 177253 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-64751	100034	-0,65	0,522
X1	-608,2	475,6	-1,28	0,210
X2	3426	11127	0,31	0,760
X3	515,2	968,0	0,53	0,598
X4	1499	2149	0,70	0,490
X6	177253	191865	0,92	0,362

$$S = 40235,5 \quad R\text{-Sq} = 27,0\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 15,5\%$$

Regression Analysis: X6 versus X1; X2; X3; X4; X5

The regression equation is

$$X6 = 0,0963 + 0,000450 X1 + 0,0272 X2 + 0,000171 X3 - 0,00027 X4 + 0,000000 X5$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,09625	0,08996	1,07	0,293
X1	0,0004497	0,0004362	1,03	0,310
X2	0,027155	0,008923	3,04	0,005
X3	0,0001705	0,0008836	0,19	0,848
X4	-0,000275	0,001969	-0,14	0,890
X5	0,00000015	0,00000016	0,92	0,362

$$S = 0,0365867 \quad R\text{-Sq} = 54,4\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 47,3\%$$

LAMPIRAN IV.b Output Regresi Logistik Ordinal Univariabel

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z1

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI Lower	95% CI Upper
Const(1)	-2,63696	0,590606	-4,46	0,000			
Const(2)	-0,230102	0,420107	-0,55	0,584			
Const(3)	3,62394	0,866290	4,18	0,000			
Z1	1,70954	0,497301	3,44	0,001	5,53	2,09	14,65

Log-Likelihood = -36,263

Test that all slopes are zero: G = 18,628, DF = 1, P-Value = 0,000

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z2

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI Lower	95% CI Upper
Const(1)	-5,44571	1,44526	-3,77	0,000			
Const(2)	-0,553233	0,591463	-0,94	0,350			
Const(3)	7,94550	2,13298	3,73	0,000			
Z2	-4,76668	1,27623	-3,73	0,000	0,01	0,00	0,10

Log-Likelihood = -21,268

Test that all slopes are zero: G = 48,619, DF = 1, P-Value = 0,000

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z3

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI Lower	95% CI Upper
Const(1)	-2,02016	0,496496	-4,07	0,000			
Const(2)	0,0228206	0,334501	0,07	0,946			
Const(3)	2,67883	0,649672	4,12	0,000			
Z3	0,649577	0,327962	1,98	0,048	1,91	1,01	3,64

Log-Likelihood = -43,259

Test that all slopes are zero: G = 4,635, DF = 1, P-Value = 0,031

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z4

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI Lower	95% CI Upper
Const(1)	-3,25864	0,787869	-4,14	0,000			
Const(2)	0,0848037	0,421913	0,20	0,841			
Const(3)	3,85521	0,826053	4,67	0,000			
Z4	2,24524	0,542530	4,14	0,000	9,44	3,26	27,35

Log-Likelihood = -31,422

Test that all slopes are zero: G = 28,311, DF = 1, P-Value = 0,000

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z5

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI Lower	95% CI Upper
Const(1)	-1,94145	0,483942	-4,01	0,000			
Const(2)	-0,0035982	0,328315	-0,01	0,991			
Const(3)	2,59838	0,643600	4,04	0,000			
Z5	-0,436832	0,326608	-1,34	0,181	0,65	0,34	1,23

Log-Likelihood = -44,455

Test that all slopes are zero: G = 2,245, DF = 1, P-Value = 0,134

LAMPIRAN IV.b (Lanjutan)

Ordinal Logistic Regression: Y versus Z6

Predictor					Odds Ratio	95% CI	
Coef	SE Coef	Z	P		Lower	Upper	
Const(1)	-2,78500	0,612045	-4,55	0,000			
Const(2)	-0,145485	0,401373	-0,36	0,717			
Const(3)	3,89878	0,970172	4,02	0,000			
Z6	-1,87411	0,499570	-3,75	0,000	0,15	0,06 0,41	

Log-Likelihood = -34,268

Test that all slopes are zero: G = 22,619, DF = 1, P-Value = 0,000

Ordinal Logistic Regression: Y versus X7

Predictor	Coef	SE Coef	Z	P	Odds Ratio	95% CI	
						Lower	Upper
Const(1)	-43,8807	9659,37	-0,00	0,996			
Const(2)	-22,7142	4829,69	-0,00	0,996			
Const(3)	-19,7698	4829,69	-0,00	0,997			
X7	21,8492	4829,69	0,00	0,996	3,08313E+09	0,00	*

Log-Likelihood = -32,274

Test that all slopes are zero: G = 26,606, DF = 1, P-Value = 0,000

Lampiran IV.c Script m-file (*ordinal_1.m*) untuk Algoritma Pemrograman Regresi Logistik Ordinal

```
function [beta,theta,dev,d1,d2l,p] = ordinal_1(y,x,print,beta,theta)

% check input
if nargin<2, x=[]; end;
y=round(y(:)); [my ny]=size(y); [mx nx]=size(x);
if (mx>0)&(mx~=ny), disp('row dimension of x does not equal the length of y');
return; end;

% standardize x
[my ny]=size(y); [mx nx]=size(x);
stdx = ones(my,1)*std(x);
xmean = ones(my,1)*mean(x);
xstd = (x-xmean) ./ stdx ;
xnew=xstd;
x=xnew;

[g,g1,p,dev]=lik(y,x,tb,z,z1);

[d1,d2l]=derivs(x,z,z1,g,g1,p);
if print==2,
    disp('Iteration'); disp(iter);
    disp('Deviance'); disp(dev);
    disp('First derivative'); disp(d1);
    disp('Eigenvalues of second derivative'); disp(eig(d2l));
end;
end;

% tidy up output
theta=tb(1:nz,1);

if print>=1,
    disp('Number of iterations'); disp(iter);
    disp('Deviance'); disp(dev);

    disp('G2 '); disp(lik0-dev);
    disp('AIC'); disp(dev+2*nx);
    se=sqrt(diag(inv(-d2l)));
    disp('      Theta      SE');
    disp([theta se(1:nz,1)]);

    if mx>0,
        disp('      Beta      SE      zstat');
        disp([beta se((nz+1):(nz+nx),1)./(xstd')
        beta./(se((nz+1):(nz+nx),1)./(xstd')) ]]);
        disp(d2l);
        disp(d1);
        e=( x*tb((nz+1):(nz+nx),1))*ones(1,nz) +( ones(my,ny)*theta' );
    disp('estimasi peluang tiap kategori'); disp(p1);
    end;
end;
df2 = (max(y)-1)*(my)-nx;
disp('df ordinal logistik'); disp(df2);
if nargin==6,
    if nx>0,
        e=( x*tb((nz+1):(nz+nx),1))*ones(1,nz) +( ones(my,ny)*theta' );
    else
        e=ones(my,ny)*theta';
    end;
end;
end;
```


Lampiran IV.d Output Program (*ordinal_1.m*) untuk Model Regresi Logistik Ordinal

Number of iterations
5

Deviance
31.7408

Jumlah Parameter Model
8

G2
59.4132

AIC
47.7408

Theta	SE
-8.8613	3.0276
0.3311	0.7650
9.6684	2.9889

Beta	SE	zstat
4.0521	1.8133	2.2347
8.6725	3.0878	2.8086
-0.7581	0.6960	-1.0892
-1.1560	0.9531	-1.2128
0.3884	0.7371	0.5269

df devians ordinal logistik
106

Lampiran IV.e Prediksi Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur Tahun 2012
Berdasarkan Model Regresi Logistik Ordinal

No	Kab/Kota	Y	$\hat{\pi}_1$	$\hat{\pi}_2$	$\hat{\pi}_3$	$\hat{\pi}_4$	\hat{Y}
1	2	4	5	6	7	8	9
1	Pacitan	2	0,007	0,942	0,051	0,000	2
2	Ponorogo	3	0,000	0,146	0,854	0,000	3
3	Trenggalek	2	0,004	0,913	0,083	0,000	2
4	Tulungagung	3	0,000	0,081	0,919	0,000	3
5	Blitar	3	0,000	0,517	0,483	0,000	2
6	Kediri	3	0,000	0,274	0,726	0,000	3
7	Malang	2	0,004	0,899	0,098	0,000	2
8	Lumajang	2	0,135	0,863	0,002	0,000	2
9	Jember	2	0,228	0,771	0,001	0,000	2
10	Banyuwangi	2	0,027	0,960	0,014	0,000	2
11	Bondowoso	1	0,301	0,698	0,001	0,000	2
12	Situbondo	1	0,578	0,422	0,000	0,000	1
13	Probolinggo	1	0,899	0,101	0,000	0,000	1
14	Pasuruan	2	0,015	0,961	0,025	0,000	2
15	Sidoarjo	3	0,000	0,000	0,922	0,079	3
16	Mojokerto	2	0,000	0,203	0,797	0,000	3
17	Jombang	3	0,000	0,537	0,463	0,000	2
18	Nganjuk	3	0,000	0,021	0,979	0,000	3
19	Madiun	3	0,000	0,026	0,974	0,000	3
20	Magetan	3	0,000	0,005	0,995	0,000	3
21	Ngawi	3	0,001	0,666	0,333	0,000	2
22	Bojonegoro	2	0,004	0,911	0,085	0,000	2
23	Tuban	2	0,084	0,912	0,004	0,000	2
24	Lamongan	2	0,000	0,087	0,913	0,000	3
25	Gresik	3	0,000	0,000	0,915	0,085	3
26	Bangkalan	2	0,684	0,316	0,000	0,000	1
27	Sampang	1	0,998	0,002	0,000	0,000	1
28	Pamekasan	2	0,474	0,526	0,000	0,000	2
29	Sumenep	1	0,554	0,446	0,000	0,000	1
30	Kota Kediri	3	0,000	0,000	0,829	0,171	3
31	Kota Blitar	3	0,000	0,000	0,968	0,032	3
32	Kota Malang	4	0,000	0,000	0,001	0,999	4
33	Kota Probolinggo	2	0,001	0,786	0,213	0,000	2
34	Kota Pasuruan	3	0,000	0,015	0,985	0,000	3
35	Kota Mojokerto	4	0,000	0,000	0,638	0,363	3
36	Kota Madiun	4	0,000	0,000	0,082	0,919	4
37	Kota Surabaya	3	0,000	0,000	0,829	0,171	3
38	Kota Batu	3	0,000	0,000	0,818	0,182	3

Lampiran V. Script m-file (*ordinal_gw2.m*) untuk Algoritma Pemrograman Model GWOLR

```
function [beta,theta,thetahat,wt,dev,dl,d2l,p] =
ordinal_gw2(y,x,print,east,north,flag)

% standardize x
[my ny]=size(y); [mx nx]=size(x);
stdx = ones(my,1)*std(x);
xmean = ones(my,1)*mean(x);
xstd = (x-xmean) ./ stdx ;
xnew=xstd;
x=xnew;

% initial calculations
if mx>0, xstd=std(x); x=-x./(ones(mx,1)*xstd); end;
tol=1e-6; incr=10; decr=2;
ymin=min(y); ymax=max(y); yrange=ymax-ymin;
z =( y*ones(1,yrange) )==( ones(my,ny)*( ymin : (ymax-1) ) );
z1=( y*ones(1,yrange) )==( ones(my,ny)*((ymin+1): ymax ) );
z=z(:,any(z)); z1=z1(:,any(z1)); [mz nz]=size(z);

%bandwidth optimum
h=linspace(5, 20,500);
skor=ones(1,100)*500;
skor1=50;
skor_old=1;
iter=0;
while(abs(skor1-skor_old)>0.0001);
skor1=scoreCV_gwolv(h(iter),y,x,1,east,north,flag);
skor(iter)=skor1;
end;

[M,I]=min(skor(:));
bdwt=h(I);
cv=skor1;

%menghitung matriks pembobot
wt=zeros(my, my);
p2=zeros(my, nz+2);
phat=zeros(my, 1);
for i=1:my;
    dx = east - east(i,1);
    dy = north-north(i,1);
    d = (dx.*dx + dy.*dy);
    sd = std(sqrt(d));
    d = (dx.*dx + dy.*dy);
    d = sqrt(d);
    sd = std(d);
    if flag == 1, % Gaussian weights
        wt = normpdf(d/(sd*bdwt));
    elseif flag == 2, % Exponential weights
        wt = exp(-(d/bdwt).^2);
        wt = zeros(my,1);
        nzip = find(d <= bdwt);
        wt(nzip,1) = (1-(d(nzip,1)/bdwt).^2).^2;
    end;

% menghitung likelihood dan turunan gwolv untuk nilai awal
[g,g1,p,dev]=lik_gw(y,x,tb,z,z1);
devians0=dev;
[dl,d2l]=derivs_gw(x,z,z1,g,g1,p,wt(:,i));
epsilon=std(d2l(:))/1000;

%maksimisasi fungsi likelihood dengan metode iterasi newton-raphson
iter=0;
while abs(dl'*(d2l\dl)/length(dl)) > tol,
    iter=iter+1;
```


Lampiran V. (Lanjutan)

```

[dl,d2l]=derivs_gw(x,z,zl,g,gl,p,wt(:,i));
end;
thetahat(i,:)=tb;
se=sqrt(diag(inv(-d2l)));
ste(i,:)=se;
alfa = thetahat(i,1:nz);
beta = thetahat(i,(nz+1):(nz+nx));
e=((x(i,:)*beta')*ones(1,nz))+ alfa;
p1(i,:)=[0 exp(e)./(1+exp(e)) 1];
e=exp([z(i,:) x(i,:)]*thetahat(i,:)'); e1=exp([z1(i,:) x(i,:)]*thetahat(i,:)');
X=[z x];
for j=1:my;
    W(j,j)=wt(j,i);
    nuu(j,:)=((x(j,:)*beta')*ones(1,nz))+ alfa;
    p2(j,:)=[0 exp(nuu(j,:))./(1+exp(nuu(j,:))) 1];
    pi(j,:)=diff(p2(j,:))';
    if y(j,:)==1;
        phi(j,i)=pi(j,1);
        phil=1-phi(j,i);
        zz(j,i) = phil/sqrt(phi(j,i)*phil);
    elseif y(j,:) == 3;
        phi(j,i) = pi(j,3);
        phil=1-phi(j,i);
        zz(j,i) = phil/sqrt(phi(j,i)*phil)^0.5;
    elseif y(j,:)==4;
        phi(j,i)=pi(j,4);
        phil=1-phi(j,i);
        zz(j,i) = phil/sqrt(phi(j,i)*phil)^0.5;
    end;
    A(j,j) = phi(j,i)*(1-phi(j,i)); % matriks A
end;
R(i,:) = X(i,:)*inv(X'*W*A*X)*X'*W*A; % matriks R
nu(i,:)=((x(i,:)*beta')*ones(1,nz))+ alfa;
p1(i
    gltopi = min( y(i,:)>min(y),gltopi );
    phitopi(i,:) = gtopi - gltopi;
    AA(i,i) = phitopi(i,:)*(1-phitopi(i,:));
    g=e./(1+e); gl=e1./(1+e1);
    g=max( y(i)==max(y),g ); gl=min( y(i)>min(y),gl );
    p=g-gl;
    pp(i)=p;
    dev=dev+log(p);
end;

for i = 1:my;
    for j = 1:my;
        S(i,j) = R(i,j)*zz(i,j)/zz(j,j); % matriks S
    end;
end;
K = trace(S); % jumlah parameter model
Kvar = trace(S'*AA*S*inv(AA));
df0 = my - trace(S); % df model GWOLR
df = my - trace(2*S-S'*AA*S*inv(AA)); %df residual

p=diff(p1')';
residual = d0 - p;

devians1=dev;
lik1=devians1/-2;
G2=-2*(lik0-lik1)

theta=tb(1:nz,1);
if mx>0, beta=tb((nz+1):(nz+nx),1)./(xstd'); end;

```


Lampiran VI.a Output Program (*ordinal_gw2.m*) untuk Model GWOLR

VI.a.1 Output Model GWOLR dengan Pembobot *Gaussian*

G2 =
59.4289

Number of iterations
21

Bandwidth Optimal
9.8397

Skor CV
16.5500

Devians
24.7251

AIC
41.4042

jumlah parameter model
8.3395

Min	Max	Range	Mean	Stdev
-9.4005	-8.9705	0.4300	-9.1444	0.1010
0.2817	0.4593	0.1776	0.3522	0.0579
9.6963	10.3437	0.6474	9.9479	0.1725
3.9371	4.2887	0.3515	4.0907	0.0791
8.5653	9.3963	0.8310	8.8704	0.2266
-0.8317	-0.6903	0.1414	-0.7421	0.0439
-1.2635	-1.0753	0.1882	-1.1602	0.0604
0.3980	0.4408	0.0428	0.4240	0.0137

VI.a.2 Output Model GWOLR dengan Pembobot *Exponential*

G2 =
59.4443

Number of iterations
7

Bandwidth Optimal
10,441

Skor CV
16.5806

Devians
24.7098

AIC
41.1216

jumlah parameter model
8.2059

Min	Max	Range	Mean	Stdev
-9.4177	-9.1132	0.3045	-9.1973	0.0648
0.2819	0.4674	0.1855	0.3506	0.0456
9.8144	10.3687	0.5543	9.9894	0.1285
4.0802	4.3022	0.2220	4.1505	0.0473
8.7187	9.4366	0.7178	8.9535	0.1699
-0.8322	-0.7072	0.1250	-0.7627	0.0305
-1.2627	-1.0767	0.1860	-1.1688	0.0473
0.3911	0.4357	0.0446	0.4180	0.0112

VI.a.3 Output Model GWOLR dengan Pembobot *Bisquare*

G2 =
59.4358

Number of iterations
7

Bandwidth Optimal
11,192

Skor CV
16.5072

Devians
24.7183

AIC
41.5442

jumlah parameter model
8.4130

Min	Max	Range	Mean	Stdev
-9.8660	-8.9498	0.9162	-9.1538	0.1695
0.2016	0.6668	0.4653	0.3518	0.1043
9.5704	11.0403	1.4699	9.9456	0.3089
3.9232	4.4649	0.5418	4.0784	0.1080
8.3432	10.1383	1.7951	8.8549	0.3925
-0.8898	-0.6176	0.2721	-0.7373	0.0660
-1.3902	-0.9701	0.4201	-1.1673	0.1034
0.3666	0.4648	0.0982	0.4215	0.0238

df residual
125.8172

df model
29.5870

Estimator							
-9.1269	0.2016	9.6606	4.0371	8.4062	-0.8898	-1.3902	0.4648
-9.0416	0.2574	9.6922	3.9997	8.5164	-0.7995	-1.2666	0.4440
-9.1009	0.2433	9.7296	4.0462	8.5332	-0.8469	-1.3142	0.4495
-9.1041	0.2561	9.7590	4.0553	8.5787	-0.8374	-1.2956	0.4452
-9.1297	0.3105	9.8847	4.0919	8.7650	-0.7964	-1.2236	0.4292
-9.0709	0.3105	9.8159	4.0364	8.6999	-0.7588	-1.1965	0.4287
-9.1270	0.3516	9.9388	4.0836	8.8625	-0.7398	-1.1569	0.4183
-9.3447	0.4559	10.3042	4.2305	9.3066	-0.7104	-1.0875	0.3959
-9.4172	0.4866	10.4139	4.2700	9.4339	-0.6999	-1.0695	0.3905
-9.8660	0.6668	11.0403	4.4649	10.1383	-0.6212	-0.9701	0.3666
-9.3957	0.5078	10.4047	4.2317	9.4403	-0.6513	-1.0266	0.3873
-9.4084	0.5190	10.4278	4.2329	9.4701	-0.6395	-1.0144	0.3855
-9.2305	0.4221	10.1390	4.1475	9.1199	-0.6969	-1.0911	0.4029
-9.1760	0.3968	10.0502	4.1135	9.0135	-0.7046	-1.1078	0.4078
-9.0980	0.3556	9.9110	4.0554	8.8389	-0.7165	-1.1382	0.4175
-9.0836	0.3390	9.8722	4.0456	8.7846	-0.7302	-1.1577	0.4215
-9.0646	0.3211	9.8250	4.0301	8.7201	-0.7417	-1.1772	0.4260
-9.0211	0.2514	9.6575	3.9782	8.4750	-0.7926	-1.2669	0.4456
-9.0192	0.2197	9.5865	3.9563	8.3637	-0.8157	-1.3141	0.4558
-9.0268	0.2120	9.5768	3.9572	8.3432	-0.8256	-1.3295	0.4586
-9.0069	0.2186	9.5704	3.9442	8.3465	-0.8092	-1.3104	0.4559
-8.9882	0.2486	9.6155	3.9464	8.4301	-0.7752	-1.2569	0.4462
-8.9498	0.2989	9.6641	3.9232	8.5354	-0.6992	-1.1630	0.4318
-9.0489	0.3323	9.8238	4.0141	8.7299	-0.7177	-1.1532	0.4232
-9.0513	0.3325	9.8267	4.0164	8.7330	-0.7190	-1.1539	0.4231
-9.0717	0.3563	9.8826	4.0307	8.8111	-0.6995	-1.1259	0.4174
-9.2369	0.4523	10.1764	4.1334	9.1790	-0.6527	-1.0469	0.3973
-9.2717	0.4716	10.2337	4.1512	9.2495	-0.6416	-1.0314	0.3937

VI.a.3 Lanjutan

-9.3412	0.5098	10.3444	4.1798	9.3813	-0.6176	-1.0010	0.3875
-9.0701	0.3071	9.8098	4.0356	8.6903	-0.7624	-1.2013	0.4296
-9.1403	0.3211	9.9129	4.1014	8.8041	-0.7897	-1.2116	0.4263
-9.1273	0.3528	9.9407	4.0837	8.8655	-0.7385	-1.1553	0.4180
-9.2665	0.4493	10.2071	4.1629	9.2077	-0.6747	-1.0639	0.3976
-9.1298	0.3711	9.9669	4.0806	8.9085	-0.7142	-1.1279	0.4138
-9.0749	0.3351	9.8570	4.0382	8.7657	-0.7300	-1.1600	0.4224
-9.0225	0.2247	9.6013	3.9629	8.3853	-0.8140	-1.3077	0.4541
-9.0859	0.3571	9.8995	4.0437	8.8289	-0.7070	-1.1307	0.4172
-9.1094	0.3439	9.9083	4.0689	8.8250	-0.7395	-1.1613	0.4202
SE							
3.2231	0.8654	3.1056	1.9815	3.1102	0.7403	1.0568	0.7367
3.1793	0.8105	3.0965	1.9046	3.1466	0.7256	1.0073	0.7469
3.1974	0.8323	3.1033	1.9318	3.1315	0.7328	1.0274	0.7415
3.1940	0.8258	3.1060	1.9222	3.1403	0.7313	1.0207	0.7428
3.1875	0.8047	3.1233	1.8918	3.1819	0.7252	0.9956	0.7475
3.1776	0.7915	3.1167	1.8803	3.1933	0.7190	0.9838	0.7524
3.1873	0.7861	3.1399	1.8722	3.2276	0.7164	0.9727	0.7533
3.2540	0.7991	3.2219	1.8835	3.3146	0.7192	0.9663	0.7473
3.2807	0.8059	3.2478	1.8936	3.3436	0.7211	0.9672	0.7466
3.4280	0.8410	3.3616	1.9701	3.5067	0.7297	0.9768	0.7565
3.2855	0.7945	3.2576	1.8857	3.3724	0.7113	0.9546	0.7480
3.2948	0.7953	3.2662	1.8884	3.3849	0.7102	0.9536	0.7478
3.2223	0.7845	3.1907	1.8696	3.2928	0.7123	0.9593	0.7515
3.2064	0.7823	3.1705	1.8675	3.2711	0.7122	0.9614	0.7527
3.1897	0.7826	3.1437	1.8694	3.2388	0.7135	0.9682	0.7539
3.1839	0.7848	3.1330	1.8722	3.2225	0.7152	0.9730	0.7538
3.1797	0.7878	3.1228	1.8760	3.2063	0.7169	0.9785	0.7532
3.1797	0.8109	3.0949	1.9055	3.1449	0.7253	1.0078	0.7466
3.1906	0.8282	3.0908	1.9296	3.1232	0.7300	1.0249	0.7425
3.1942	0.8340	3.0904	1.9378	3.1174	0.7314	1.0303	0.7414
3.1911	0.8278	3.0912	1.9287	3.1244	0.7297	1.0241	0.7425
3.1821	0.8105	3.0968	1.9043	3.1485	0.7246	1.0064	0.7461
3.2000	0.7987	3.1327	1.8845	3.2075	0.7178	0.9862	0.7460
3.1859	0.7853	3.1326	1.8728	3.2224	0.7145	0.9735	0.7529
3.1855	0.7853	3.1323	1.8728	3.2221	0.7146	0.9735	0.7530
3.1947	0.7827	3.1483	1.8693	3.2455	0.7121	0.9671	0.7528
3.2470	0.7844	3.2176	1.8722	3.3313	0.7076	0.9534	0.7496
3.2616	0.7868	3.2328	1.8758	3.3494	0.7071	0.9525	0.7486
3.2946	0.7928	3.2640	1.8865	3.3873	0.7066	0.9522	0.7472
3.1773	0.7926	3.1151	1.8816	3.1898	0.7195	0.9853	0.7521
3.1891	0.8024	3.1287	1.8884	3.1909	0.7244	0.9920	0.7480
3.1877	0.7858	3.1406	1.8719	3.2288	0.7162	0.9722	0.7533
3.2405	0.7854	3.2120	1.8718	3.3204	0.7103	0.9553	0.7503
3.1947	0.7821	3.1530	1.8682	3.2501	0.7131	0.9654	0.7537
3.1832	0.7851	3.1310	1.8727	3.2199	0.7153	0.9738	0.7537
3.1888	0.8256	3.0912	1.9259	3.1261	0.7293	1.0225	0.7432
3.1923	0.7822	3.1465	1.8690	3.2433	0.7126	0.9671	0.7535
3.1846	0.7859	3.1351	1.8727	3.2224	0.7163	0.9736	0.7536
Zhit							
-2.8317	0.2329	3.1107	2.0374	2.7027	-1.2019	-1.3154	0.6310
-2.8439	0.3176	3.1300	2.1000	2.7066	-1.1019	-1.2574	0.5945
-2.8463	0.2923	3.1352	2.0945	2.7249	-1.1556	-1.2791	0.6062
-2.8504	0.3101	3.1420	2.1097	2.7318	-1.1451	-1.2693	0.5994
-2.8642	0.3858	3.1648	2.1629	2.7547	-1.0982	-1.2289	0.5742
-2.8546	0.3922	3.1495	2.1467	2.7245	-1.0553	-1.2161	0.5699
-2.8635	0.4473	3.1653	2.1812	2.7459	-1.0327	-1.1894	0.5553
-2.8718	0.5706	3.1981	2.2461	2.8078	-0.9878	-1.1254	0.5297
-2.8705	0.6038	3.2064	2.2550	2.8215	-0.9706	-1.1057	0.5230
-2.8781	0.7929	3.2843	2.2663	2.8911	-0.8514	-0.9931	0.4846
-2.8598	0.6391	3.1940	2.2441	2.7993	-0.9157	-1.0755	0.5178
-2.8555	0.6526	3.1927	2.2415	2.7977	-0.9005	-1.0637	0.5155
-2.8646	0.5381	3.1777	2.2183	2.7697	-0.9783	-1.1375	0.5362
-2.8618	0.5073	3.1699	2.2027	2.7555	-0.9893	-1.1523	0.5418
-2.8523	0.4543	3.1526	2.1694	2.7291	-1.0043	-1.1757	0.5538

VI.a.3 Lanjutan

-2.8530	0.4319	3.1511	2.1609	2.7260	-1.0209	-1.1899	0.5591
-2.8508	0.4076	3.1462	2.1482	2.7197	-1.0346	-1.2031	0.5655
-2.8371	0.3100	3.1204	2.0877	2.6949	-1.0928	-1.2570	0.5969
-2.8268	0.2653	3.1016	2.0503	2.6779	-1.1175	-1.2822	0.6138
-2.8260	0.2542	3.0989	2.0421	2.6763	-1.1287	-1.2904	0.6185
-2.8226	0.2641	3.0961	2.0449	2.6714	-1.1089	-1.2795	0.6141
-2.8246	0.3067	3.1050	2.0724	2.6775	-1.0699	-1.2489	0.5980
-2.7968	0.3743	3.0849	2.0818	2.6611	-0.9741	-1.1793	0.5788
-2.8403	0.4231	3.1360	2.1434	2.7091	-1.0045	-1.1845	0.5621
-2.8414	0.4234	3.1372	2.1446	2.7104	-1.0061	-1.1853	0.5620
-2.8396	0.4553	3.1390	2.1563	2.7148	-0.9823	-1.1642	0.5545
-2.8447	0.5765	3.1627	2.2078	2.7554	-0.9223	-1.0980	0.5301
-2.8427	0.5994	3.1656	2.2130	2.7615	-0.9073	-1.0829	0.5258
-2.8353	0.6431	3.1693	2.2156	2.7695	-0.8741	-1.0512	0.5186
-2.8547	0.3875	3.1492	2.1448	2.7244	-1.0596	-1.2192	0.5713
-2.8661	0.4002	3.1684	2.1719	2.7591	-1.0902	-1.2214	0.5700
-2.8633	0.4489	3.1652	2.1816	2.7457	-1.0311	-1.1883	0.5549
-2.8596	0.5721	3.1778	2.2240	2.7730	-0.9498	-1.1136	0.5299
-2.8578	0.4744	3.1611	2.1842	2.7410	-1.0016	-1.1683	0.5489
-2.8509	0.4268	3.1481	2.1563	2.7224	-1.0205	-1.1912	0.5605
-2.8294	0.2722	3.1060	2.0577	2.6824	-1.1161	-1.2790	0.6111
-2.8462	0.4566	3.1462	2.1636	2.7222	-0.9921	-1.1691	0.5537
-2.8604	0.4376	3.1605	2.1728	2.7386	-1.0325	-1.1927	0.5576

VI.a.4 Output Model GWOLR dengan Pembobot *Tricube*

G2 =
59.4453

Number of iterations
7

Bandwidth Optimal
13.357

Skor CV
16.5888

Devians
24.7088

AIC
41.0436

jumlah parameter model
8.1674

Min	Max	Range	Mean	Stdev
-9.6873	-9.0629	0.6243	-9.1913	0.1057
0.2392	0.6250	0.3858	0.3538	0.0703
9.6918	10.8349	1.1431	9.9861	0.2072
3.9929	4.3221	0.3292	4.1285	0.0678
8.4736	9.8450	1.3714	8.9290	0.2583
-0.8368	-0.6133	0.2235	-0.7524	0.0484
-1.3142	-0.9817	0.3325	-1.1681	0.0682
0.3773	0.4564	0.0791	0.4199	0.0161

Lampiran VI.b Pemilihan Model GWOLR Terbaik

No	Variabel dalam Model	Devians	AIC
1.	X_1, X_2, X_3, X_4	25,028	39,804
2.	X_1, X_2, X_3, X_6	26,446	41,262
3.	X_1, X_2, X_4, X_6	26,002	40,711
4.	X_1, X_3, X_4, X_6	47,983	62,996
5.	X_2, X_3, X_4, X_6	33,595	48,656
6.	X_1, X_2, X_3	27,054	39,810
7.	X_1, X_2, X_4	26,282	38,912*
8.	X_1, X_2, X_6	28,101	40,756
9.	X_1, X_3, X_4	37,980	50,388
10.	X_1, X_3, X_6	54,723	67,631
11.	X_1, X_4, X_6	50,078	62,152
12.	X_2, X_3, X_4	34,505	47,503
13.	X_2, X_3, X_6	34,373	47,337
14.	X_2, X_4, X_6	33,602	46,381
15.	X_3, X_4, X_6	48,178	61,121
16.	X_1, X_2	28,763	39,355
17.	X_1, X_3	65,068	75,948
18.	X_1, X_4	52,069	62,475
19.	X_1, X_6	55,324	66,018
20.	X_2, X_3	35,439	46,324
21.	X_2, X_4	34,504	45,216
22.	X_2, X_6	34,467	45,122
23.	X_3, X_4	55,280	66,210
24.	X_3, X_6	58,236	68,969
25.	X_4, X_6	48,395	59,166
26.	X_1	65,223	73,866
27.	X_2	35,502	44,075
28.	X_3	39,252	47,654
29.	X_4	78,732	87,218
30.	X_6	60,894	69,429

Lampiran VI.c.1 Model GWOLR Terbaik dengan Variabel Prediktor X_1, X_2, X_4

<

Lampiran VI.c.2 Model Regresi Logistik Ordinal dengan Variabel Prediktor X_1, X_2, X_4

Deviance	33.3648		
Jumlah Parameter Model	6		
G2	57.7892		
AIC	45.3648		
Theta	SE		
-8.0557	2.7006		
0.3085	0.6870		
9.2724	2.8495		
Beta	SE	zstat	
3.3439	1.4627	2.2861	
8.0090	2.7648	2.8968	
-1.3001	0.8822	-1.4737	

Lampiran VI.d Nilai Koefisien, SE, Z-hitung dan *p-value* Parameter Model GWOLR Terbaik

No	Kab/Kota	Statistik	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_4$
1	Pacitan	coef	-7,979	0,176	8,992	3,104	7,479	-1,454
		SE	2,813	0,740	2,926	1,539	2,768	0,842
		Z-hit	-2,836	0,238	3,073	2,017	2,702	-1,726
		p-value	0,005	0,812	0,002	0,007	0,007	0,084
2	Ponorogo	coef	-8,056	0,231	9,130	3,210	7,743	-1,359
		SE	2,797	0,711	2,912	1,507	2,804	0,821
		Z-hit	-2,880	0,325	3,135	2,130	2,762	-1,654
		p-value	0,004	0,745	0,002	0,006	0,006	0,098
3	Trenggalek	coef	-8,050	0,220	9,133	3,186	7,683	-1,405
		SE	2,807	0,723	2,926	1,520	2,793	0,829
		Z-hit	-2,868	0,305	3,121	2,096	2,751	-1,694
		p-value	0,004	0,761	0,002	0,006	0,006	0,090
4	Tulungagung	coef	-8,079	0,234	9,182	3,211	7,746	-1,394
		SE	2,809	0,720	2,931	1,518	2,804	0,826
		Z-hit	-2,876	0,325	3,133	2,115	2,762	-1,688
		p-value	0,004	0,746	0,002	0,006	0,006	0,091
5	Blitar	coef	-8,205	0,289	9,385	3,313	8,005	-1,350
		SE	2,828	0,711	2,955	1,518	2,858	0,814
		Z-hit	-2,901	0,406	3,176	2,183	2,801	-1,659
		p-value	0,004	0,685	0,001	0,005	0,005	0,097
6	Kediri	coef	-8,172	0,284	9,318	3,306	7,987	-1,315
		SE	2,817	0,702	2,937	1,508	2,858	0,810
		Z-hit	-2,901	0,405	3,173	2,192	2,794	-1,623
		p-value	0,004	0,686	0,002	0,005	0,005	0,105
7	Malang	coef	-8,280	0,325	9,484	3,380	8,177	-1,295
		SE	2,844	0,701	2,967	1,518	2,905	0,804
		Z-hit	-2,912	0,464	3,197	2,227	2,815	-1,611
		p-value	0,004	0,643	0,001	0,005	0,005	0,107
8	Lumajang	coef	-8,600	0,429	9,945	3,566	8,663	-1,270
		SE	2,941	0,716	3,067	1,572	3,038	0,799
		Z-hit	-2,924	0,599	3,243	2,268	2,852	-1,590
		p-value	0,003	0,549	0,001	0,004	0,004	0,112
9	Jember	coef	-8,699	0,459	10,078	3,617	8,803	-1,263
		SE	2,972	0,723	3,096	1,592	3,078	0,800
		Z-hit	-2,927	0,635	3,255	2,272	2,860	-1,579
		p-value	0,003	0,525	0,001	0,004	0,004	0,114
10	Banyuwangi	coef	-9,267	0,627	10,792	3,895	9,579	-1,199
		SE	3,117	0,760	3,215	1,705	3,269	0,809
		Z-hit	-2,973	0,825	3,357	2,285	2,930	-1,482
		p-value	0,003	0,409	0,001	0,003	0,003	0,138
11	Bondowoso	coef	-8,707	0,472	10,067	3,634	8,854	-1,213
		SE	2,983	0,715	3,099	1,592	3,106	0,795
		Z-hit	-2,919	0,660	3,248	2,282	2,851	-1,526
		p-value	0,004	0,509	0,001	0,004	0,004	0,127

Lampiran VI.d (Lanjutan)

No	Kab/Kota	Statistik	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_4$
12	Situbondo	<i>coef</i>	-8,730	0,482	10,093	3,648	8,894	-1,201
		<i>SE</i>	2,994	0,716	3,107	1,599	3,121	0,795
		<i>Z-hit</i>	-2,916	0,672	3,248	2,282	2,850	-1,511
		<i>p-value</i>	0,004	0,501	0,001	0,004	0,004	0,131
13	Probolinggo	<i>coef</i>	-8,465	0,392	9,745	3,498	8,487	-1,254
		<i>SE</i>	2,903	0,703	3,025	1,546	2,995	0,797
		<i>Z-hit</i>	-2,916	0,558	3,222	2,263	2,833	-1,574
		<i>p-value</i>	0,004	0,577	0,001	0,005	0,005	0,115
14	Pasuruan	<i>coef</i>	-8,388	0,367	9,636	3,455	8,371	-1,261
		<i>SE</i>	2,879	0,701	3,001	1,534	2,963	0,798
		<i>Z-hit</i>	-2,913	0,524	3,211	2,253	2,825	-1,580
		<i>p-value</i>	0,004	0,600	0,001	0,005	0,005	0,114
15	Sidoarjo	<i>coef</i>	-8,269	0,326	9,460	3,381	8,181	-1,273
		<i>SE</i>	2,848	0,699	2,966	1,520	2,916	0,802
		<i>Z-hit</i>	-2,904	0,467	3,189	2,225	2,806	-1,586
		<i>p-value</i>	0,004	0,641	0,001	0,005	0,005	0,113
16	Mojokerto	<i>coef</i>	-8,231	0,311	9,405	3,354	8,109	-1,286
		<i>SE</i>	2,835	0,699	2,954	1,515	2,894	0,805
		<i>Z-hit</i>	-2,903	0,444	3,184	2,214	2,802	-1,598
		<i>p-value</i>	0,004	0,657	0,001	0,005	0,005	0,110
17	Jombang	<i>coef</i>	-8,188	0,293	9,339	3,323	8,029	-1,298
		<i>SE</i>	2,824	0,700	2,942	1,510	2,873	0,808
		<i>Z-hit</i>	-2,900	0,419	3,175	2,200	2,794	-1,607
		<i>p-value</i>	0,004	0,675	0,001	0,005	0,005	0,108
18	Nganjuk	<i>coef</i>	-8,035	0,224	9,090	3,197	7,710	-1,353
		<i>SE</i>	2,824	0,700	2,942	1,510	2,873	0,808
		<i>Z-hit</i>	-2,875	0,315	3,127	2,122	2,753	-1,646
		<i>p-value</i>	0,004	0,753	0,002	0,006	0,006	0,100
19	Madiun	<i>coef</i>	-7,970	0,191	8,971	3,136	7,557	-1,381
		<i>SE</i>	2,790	0,719	2,898	1,513	2,774	0,830
		<i>Z-hit</i>	-2,856	0,266	3,096	2,073	2,724	-1,663
		<i>p-value</i>	0,004	0,791	0,002	0,006	0,006	0,096
20	Magetan	<i>coef</i>	-7,958	0,183	8,948	3,121	7,519	-1,392
		<i>SE</i>	2,790	0,722	2,897	1,515	2,768	0,833
		<i>Z-hit</i>	-2,852	0,254	3,088	2,060	2,717	-1,672
		<i>p-value</i>	0,004	0,800	0,002	0,007	0,007	0,095
21	Ngawi	<i>coef</i>	-7,963	0,189	8,956	3,133	7,549	-1,376
		<i>SE</i>	2,791	0,719	2,896	1,513	2,776	0,830
		<i>Z-hit</i>	-2,853	0,263	3,092	2,071	2,720	-1,657
		<i>p-value</i>	0,004	0,792	0,002	0,007	0,007	0,098
22	Bojonegoro	<i>coef</i>	-8,015	0,219	9,050	3,189	7,690	-1,339
		<i>SE</i>	2,797	0,710	2,904	1,509	2,806	0,823
		<i>Z-hit</i>	-2,866	0,309	3,116	2,114	2,741	-1,627
		<i>p-value</i>	0,004	0,757	0,002	0,006	0,006	0,104

Lampiran VI.d (Lanjutan)

No	Kab/Kota	Statistik	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_4$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	Tuban	coef	-8,089	0,266	9,165	3,270	7,899	-1,264
		SE	2,838	0,707	2,940	1,525	2,886	0,815
		Z-hit	-2,851	0,377	3,118	2,144	2,737	-1,551
		p-value	0,004	0,706	0,002	0,006	0,006	0,121
24	Lamongan	coef	-8,200	0,302	9,351	3,338	8,070	-1,275
		SE	2,835	0,699	2,949	1,516	2,894	0,806
		Z-hit	-2,892	0,432	3,171	2,202	2,788	-1,582
		p-value	0,004	0,666	0,002	0,005	0,005	0,114
25	Gresik	coef	-8,202	0,303	9,354	3,338	8,071	-1,276
		SE	2,835	0,699	2,949	1,515	2,894	0,806
		Z-hit	-2,893	0,433	3,172	2,203	2,789	-1,584
		p-value	0,004	0,665	0,002	0,005	0,005	0,113
26	Bangkalan	coef	-8,255	0,325	9,432	3,378	8,173	-1,353
		SE	2,853	0,699	2,967	1,523	2,926	0,803
		Z-hit	-2,893	0,465	3,179	2,217	2,794	-1,686
		p-value	0,004	0,642	0,001	0,005	0,005	0,092
27	Sampang	coef	-8,514	0,417	9,798	3,536	8,591	-1,381
		SE	2,935	0,705	3,049	1,563	3,045	0,795
		Z-hit	-2,901	0,591	3,214	2,262	2,821	-1,737
		p-value	0,004	0,555	0,001	0,005	0,005	0,082
28	Pamekasan	coef	-8,568	0,435	9,870	3,566	8,675	-1,392
		SE	2,955	0,708	3,067	1,574	3,072	0,795
		Z-hit	-2,900	0,615	3,218	2,265	2,824	-1,752
		p-value	0,004	0,555	0,001	0,005	0,005	0,082
29	Sumenep	coef	-8,665	0,469	9,995	3,620	8,825	-1,376
		SE	2,992	0,714	3,100	1,597	3,121	0,785
		Z-hit	-2,897	0,657	3,225	2,267	2,828	-1,752
		p-value	0,004	0,511	0,001	0,005	0,005	0,080
30	Kota Kediri	coef	-8,165	0,281	9,308	3,301	7,972	-1,318
		SE	2,816	0,703	2,935	1,508	2,854	0,811
		Z-hit	-2,900	0,400	3,171	2,189	2,793	-1,626
		p-value	0,004	0,689	0,002	0,005	0,005	0,104
31	Kota Blitar	coef	-8,231	0,299	9,426	3,333	8,054	-1,344
		SE	2,834	0,710	2,962	1,519	2,870	0,812
		Z-hit	-2,904	0,422	3,182	2,194	2,807	-1,655
		p-value	0,004	0,673	0,001	0,005	0,005	0,098
32	Kota Malang	coef	-8,282	0,326	9,487	3,382	8,181	-1,293
		SE	2,845	0,701	2,968	1,518	2,906	0,803
		Z-hit	-2,912	0,465	3,197	2,228	2,815	-1,610
		p-value	0,004	0,642	0,001	0,005	0,005	0,107
33	Kota Probolinggo	coef	-8,531	0,417	9,832	3,540	8,598	-1,233
		SE	2,928	0,705	3,047	1,559	3,033	0,795
		Z-hit	-2,914	0,591	3,227	2,270	2,835	-1,551
		p-value	0,004	0,555	0,001	0,005	0,005	0,121

Lampiran VI.d (Lanjutan)

No	Kab/Kota	Statistik	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_4$
34	Kota Pasuruan	<i>coef</i>	-8,315	0,342	9,530	3,410	8,254	-1,270
		<i>SE</i>	2,859	0,699	2,979	1,524	2,933	0,801
		<i>Z-hit</i>	-2,909	0,489	3,199	2,237	2,815	-1,587
		<i>p-value</i>	0,004	0,625	0,001	0,005	0,005	0,113
35	Kota Mojokerto	<i>coef</i>	-8,220	0,307	9,386	3,346	8,090	-1,286
		<i>SE</i>	2,833	0,699	2,951	1,514	2,891	0,805
		<i>Z-hit</i>	-2,901	0,438	3,181	2,211	2,799	-1,597
		<i>p-value</i>	0,004	0,661	0,001	0,005	0,005	0,110
36	Kota Madiun	<i>coef</i>	-7,981	0,196	8,993	3,146	7,582	-1,378
		<i>SE</i>	2,791	0,718	2,900	1,512	2,778	0,829
		<i>Z-hit</i>	-2,860	0,274	3,102	2,082	2,729	-1,662
		<i>p-value</i>	0,004	0,784	0,002	0,006	0,006	0,096
37	Kota Surabaya	<i>coef</i>	-8,265	0,327	9,450	3,381	8,182	-1,264
		<i>SE</i>	2,851	0,699	2,967	1,522	2,922	0,802
		<i>Z-hit</i>	-2,899	0,468	3,185	2,222	2,800	-1,575
		<i>p-value</i>	0,004	0,640	0,001	0,005	0,005	0,115
38	Kota Batu	<i>coef</i>	-8,255	0,317	9,446	3,365	8,139	-1,295
		<i>SE</i>	2,838	0,700	2,960	1,515	2,896	0,804
		<i>Z-hit</i>	-2,909	0,453	3,191	2,221	2,810	-1,610
		<i>p-value</i>	0,004	0,651	0,001	0,005	0,005	0,108

**Lampiran VI.e Prediksi Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur Tahun 2012
Berdasarkan Model GWOLR Terbaik**

No	Kab/Kota	$\hat{\pi}_1^*$	$\hat{\pi}_2^*$	$\hat{\pi}_3^*$	$\hat{\pi}_4^*$	\hat{Y}
1	2	4	4	6	7	8
1	Pacitan	0,000	0,604	0,395	0,000	2
2	Ponorogo	0,000	0,486	0,514	0,000	3
3	Trenggalek	0,000	0,337	0,662	0,000	3
4	Tulungagung	0,000	0,025	0,970	0,005	3
5	Blitar	0,000	0,258	0,741	0,000	3
6	Kediri	0,000	0,269	0,731	0,000	3
7	Malang	0,002	0,912	0,086	0,000	2
8	Lumajang	0,003	0,957	0,040	0,000	2
9	Jember	0,118	0,881	0,001	0,000	2
10	Banyuwangi	0,004	0,982	0,014	0,000	2
11	Bondowoso	0,628	0,372	0,000	0,000	1
12	Situbondo	0,726	0,274	0,000	0,000	1
13	Probolinggo	0,801	0,199	0,000	0,000	1
14	Pasuruan	0,008	0,972	0,020	0,000	2
15	Sidoarjo	0,000	0,000	0,693	0,306	3
16	Mojokerto	0,000	0,101	0,898	0,001	3
17	Jombang	0,000	0,301	0,699	0,000	3
18	Nganjuk	0,000	0,254	0,745	0,000	3
19	Madiun	0,000	0,492	0,508	0,000	3
20	Magetan	0,000	0,152	0,847	0,001	3
21	Ngawi	0,001	0,824	0,174	0,000	2
22	Bojonegoro	0,003	0,916	0,081	0,000	2
23	Tuban	0,002	0,876	0,123	0,000	2
24	Lamongan	0,000	0,226	0,774	0,000	3
25	Gresik	0,000	0,005	0,971	0,024	3
26	Bangkalan	0,727	0,273	0,000	0,000	1
27	Sampang	1,000	0,000	0,000	0,000	1
28	Pamekasan	0,186	0,814	0,001	0,000	2
29	Sumenep	0,854	0,146	0,000	0,000	1
30	Kota Kediri	0,000	0,001	0,812	0,187	3
31	Kota Blitar	0,000	0,000	0,798	0,201	3
32	Kota Malang	0,000	0,000	0,017	0,983	4
33	Kota Probolinggo	0,001	0,832	0,167	0,000	2
34	Kota Pasuruan	0,000	0,076	0,922	0,001	3
35	Kota Mojokerto	0,000	0,000	0,702	0,298	3
36	Kota Madiun	0,000	0,000	0,284	0,717	4
37	Kota Surabaya	0,000	0,000	0,742	0,257	3
38	Kota Batu	0,000	0,075	0,923	0,001	3

DAFTAR LAMPIRAN

Judul Lampiran	Halaman
Lampiran I	Data Penelitian 81
Lampiran II	Fungsi <i>Likelihood</i> dan <i>ln-likelihood</i> , Turunan Parsial Pertama dan Kedua Regresi Logistik Ordinal ($G=4$) 82
Lampiran III.a	Fungsi <i>Likelihood</i> dan <i>ln-likelihood</i> Terboboti, Turunan Parsial Pertama dan Kedua Model GWOLR 84
Lampiran III.b	Fungsi <i>likelihood</i> dan <i>ln-likelihood</i> Terboboti, Turunan Parsial Pertama dan Kedua untuk Himpunan Parameter di Bawah H_0 87
Lampiran IV.a	Output Diskriptif Statistik dan Uji Korelasi 89
Lampiran IV.b	Output Regresi Logistik Ordinal Univariabel 91
Lampiran IV.c	<i>Script</i> m-file (<i>ordinal_1.m</i>) untuk Algoritma Pemrograman Regresi Logistik Ordinal 93
Lampiran IV.d	Output Program (<i>ordinal_1.m</i>) untuk Model Regresi Logistik Ordinal 94
Lampiran IV.e	Prediksi Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur Berdasarkan Model Regresi Logistik Ordinal 95
Lampiran V	<i>Script</i> m-file (<i>ordinal_gw2.m</i>) untuk Algoritma Pemrograman Model GWOLR 96
Lampiran VI.a	Output Program (<i>ordinal_gw2.m</i>) untuk Model GWOLR
Lampiran VI.a.1	Output Model GWOLR dengan Pembobot <i>Gaussian</i> 98
Lampiran VI.a.2	Output Model GWOLR dengan Pembobot <i>Exponential</i> ... 98
Lampiran VI.a.3	Output Model GWOLR dengan Pembobot <i>Bisquare</i> 99
Lampiran VI.a.4	Output Model GWOLR dengan Pembobot <i>Tricube</i> 101
Lampiran VI.b	Pemilihan Model GWOLR Terbaik 102
Lampiran VI.c.1	Model GWOLR Terbaik 103
Lampiran VI.c.2	Model Regresi Logistik Ordinal dengan Variabel Prediktor X_1, X_2, X_4 103
Lampiran VI.d	Nilai Koefisien, SE, Z-hitung dan <i>p-value</i> Parameter Model GWOLR Terbaik 104

Lampiran VI.e	Prediksi Rata-rata UKP Wanita di Propinsi Jawa Timur	
	Berdasarkan Model GWOLR Terbaik	108

